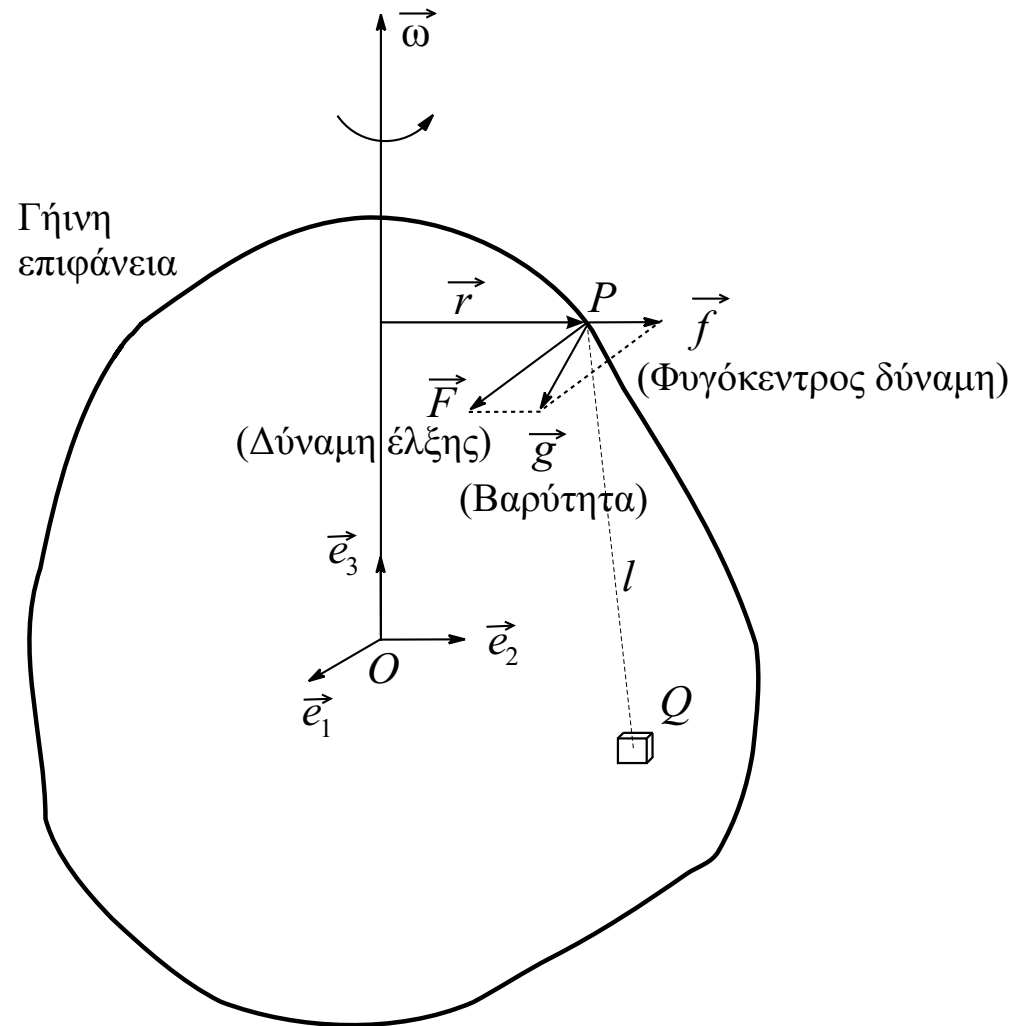


Αριθμητική και αναλυτική περιγραφή του βαρυτικού σήματος τοπογραφικών μαζών

Δημήτριος Τσούλης

Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών
Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

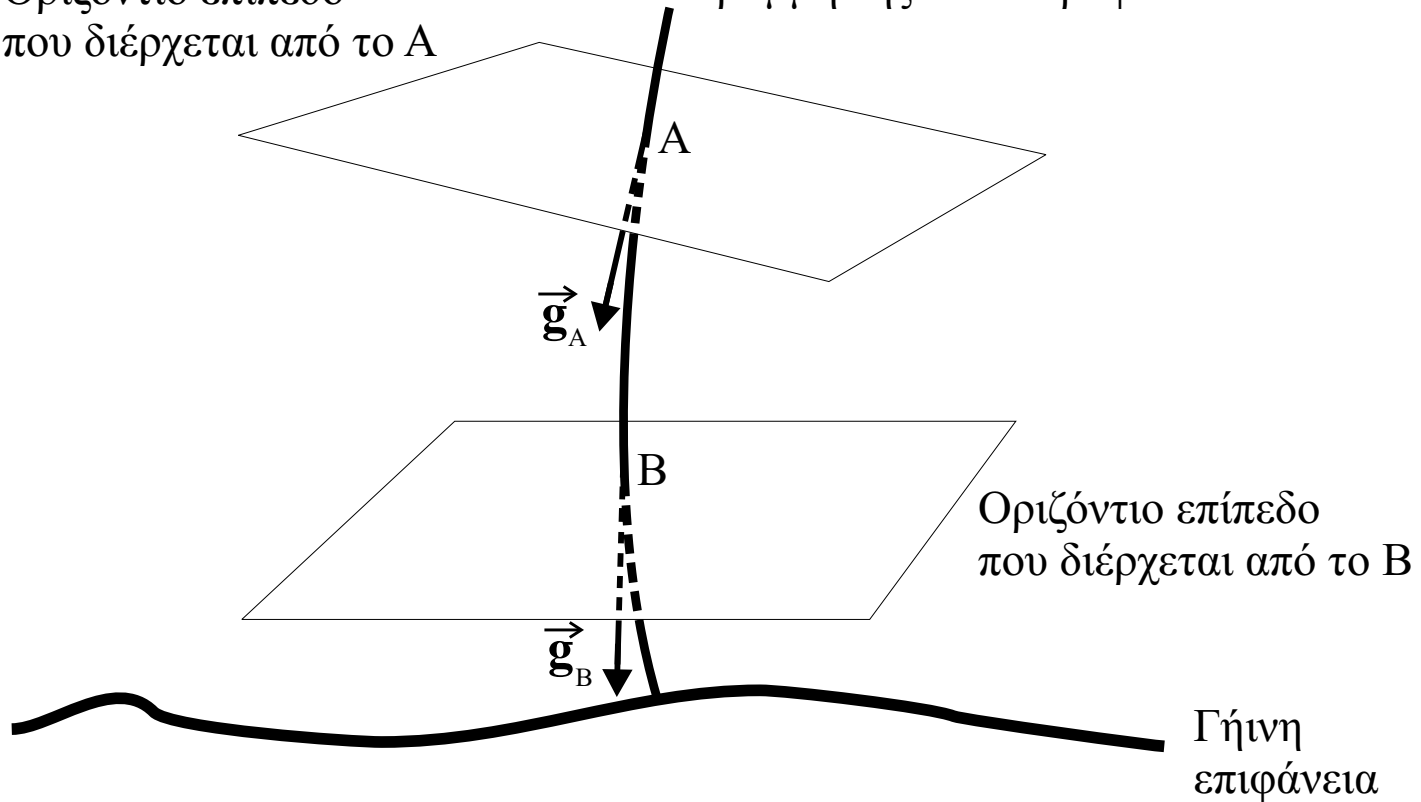
“Σπουδές στις Φυσικές Επιστήμες”, Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο, 30.05.2024



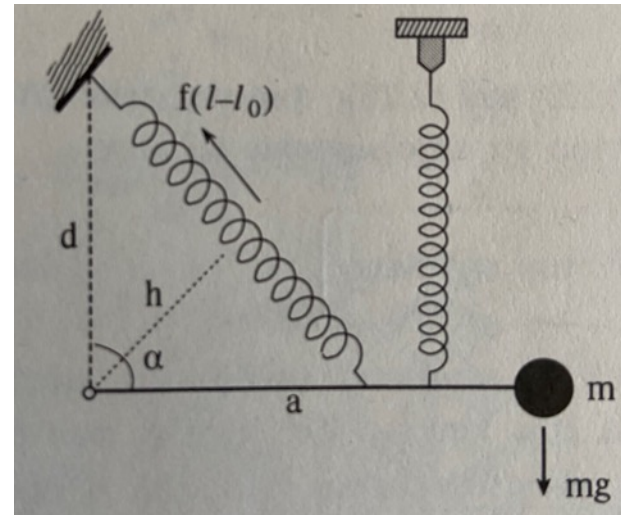
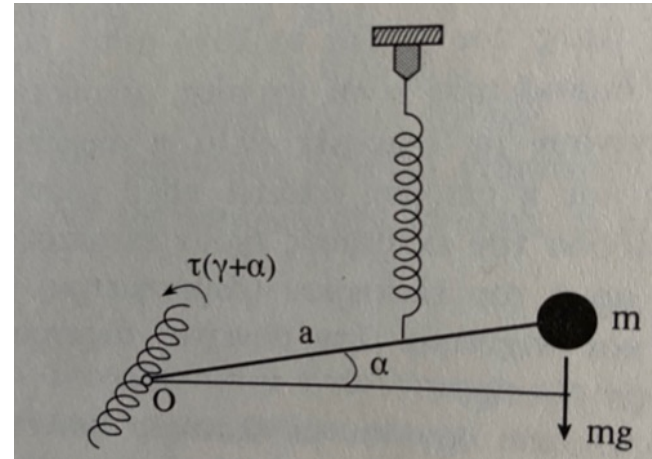
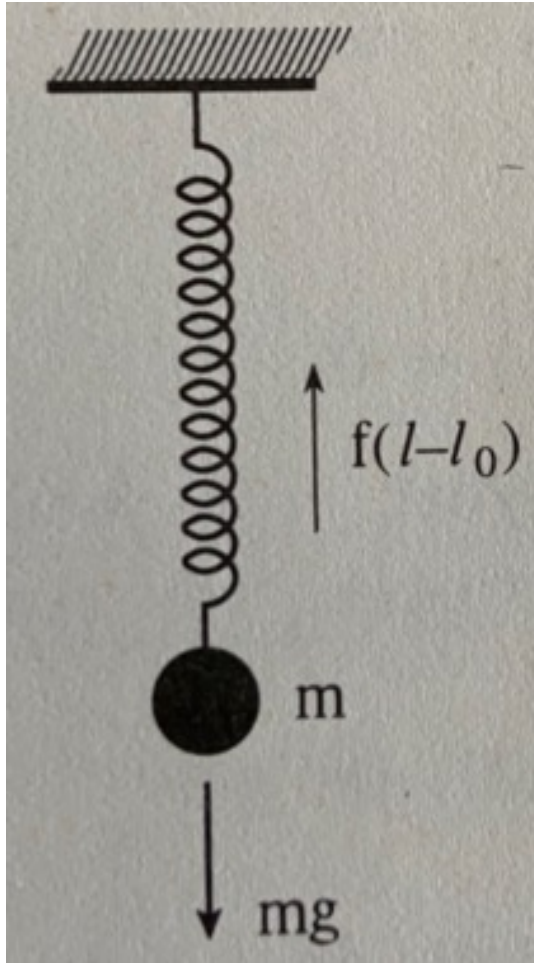
Βαρύτητα και δύναμη έλξης (Τσούλης, 2005, *Εισαγωγή στην Τοπογραφία*)

Οριζόντιο επίπεδο
που διέρχεται από το A

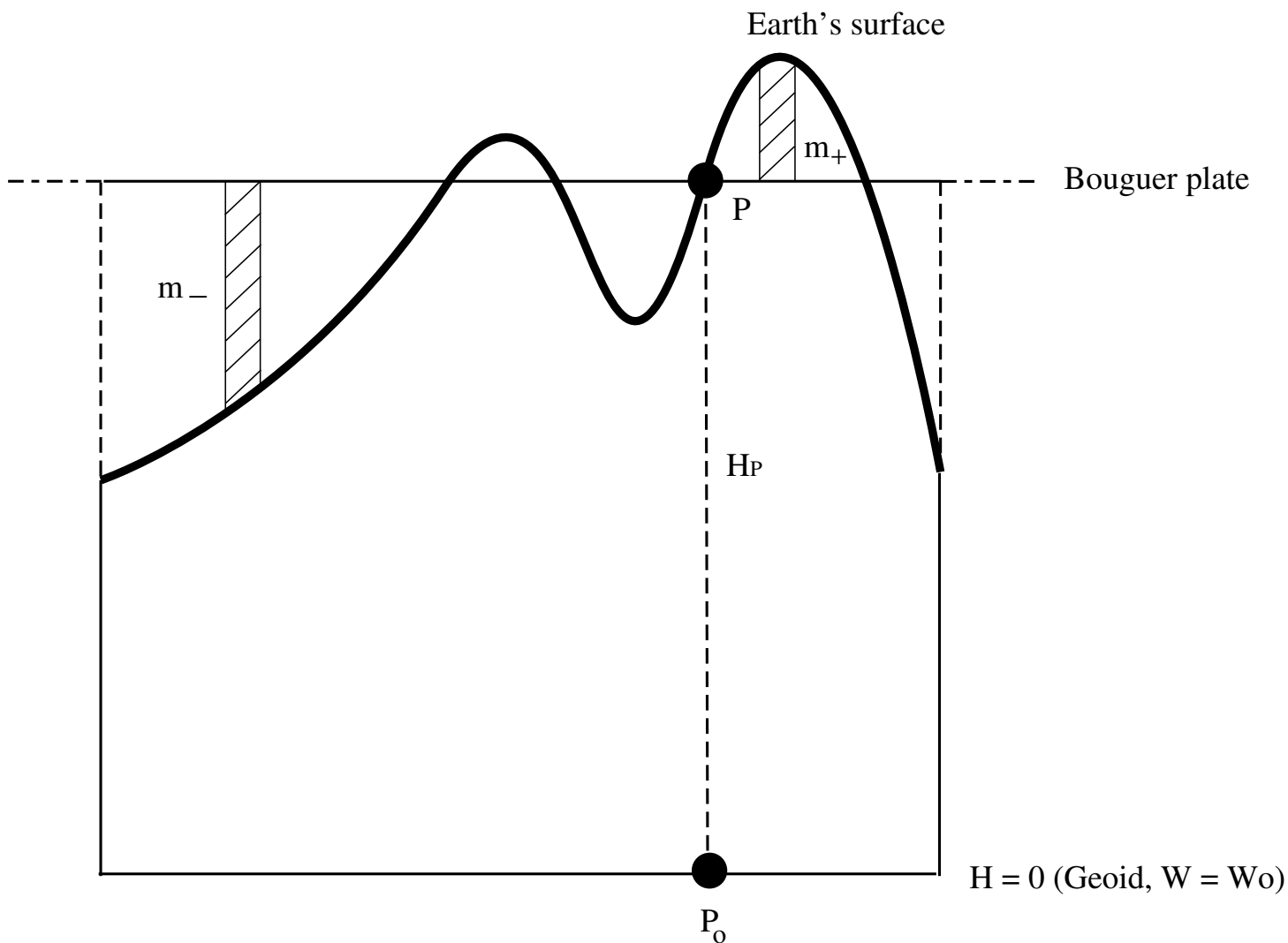
Γραμμή της κατακορύφου



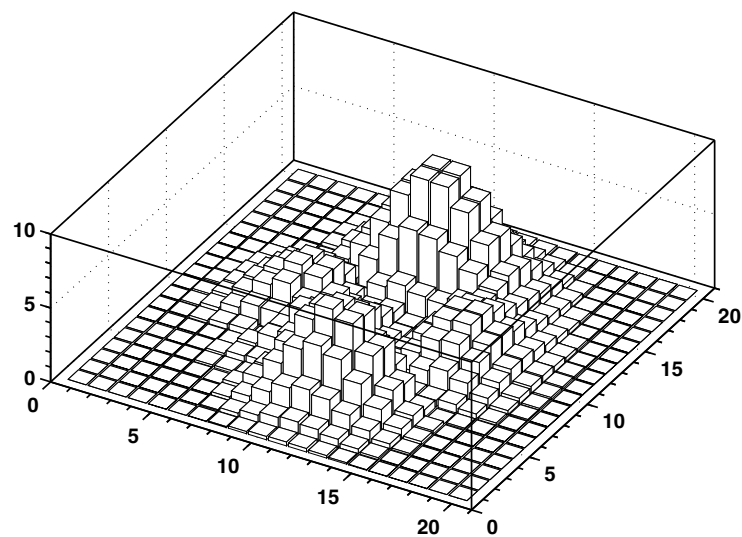
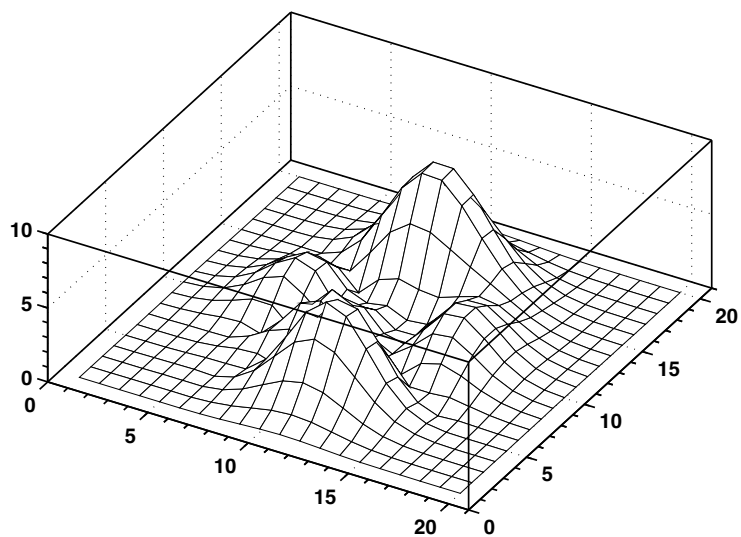
Βαρύτητα και οριζόντιο επίπεδο (Τσούλης, 2005, *Εισαγωγή στην Τοπογραφία*)



Αρχή μέτρησης βαρυτημέτρου (Αραμπέλος, 2000, *Βαρυτημετρία*)



Τοπογραφική επίδραση (Τσούλης, 2013, *Εφαρμογές Θεωρίας Δυναμικού*)



Ψηφιακό μοντέλο εδάφους (Τσούλης, 2013, *Εφαρμογές Θεωρίας Δυναμικού*)

Πεδία Εφαρμογών

- Γεωδαισία και Γεωφυσική (τοπογραφικές επιδράσεις, ανωμαλίες βαρύτητας, γεωειδές, αποκλίσεις της κατακορύφου, από αέρα βαρυτημετρία και βαθμιδομετρία, ανάλυση δορυφορικών δεδομένων)
- Αστρονομία (βαρυτικό πεδίο πλανητών και αστεροειδών)
- Εργαστηριακά πειράματα (ζυγός στρέψης, σταθερά έλξης Newton)
- Ακριβής προσδιορισμός δορυφορικής τροχιάς
- Δυναμική μοντελοποίηση / Μεταβολές και ισοζύγια μάζας

Διατύπωση Προβλήματος

$$V = G\rho \iiint_U \frac{1}{l} dU$$

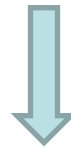
$$\vec{V}_{x_i} = \left(\frac{\partial V}{\partial x_i} \right) \vec{e}_i = G\rho \iiint_U \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{l} \right) dU \vec{e}_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$V_{x_i x_j} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_j} \right) = G\rho \iiint_U \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\frac{1}{l} \right) dU \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

Υπολογιστικές στρατηγικές

- Αναλυτικές (κλειστές λύσεις)
- Αριθμητικές (προσεγγιστικές λύσεις βασιζόμενες σε κάποια τυπική μέθοδο αριθμητικής ολοκλήρωσης, ανάπτυγμα σε σειρά στην αντίστοιχη γεωμετρία, σφαιρικές αρμονικές)
- Φασματικές (FFT, Wavelet) → DTM (Digital Terrain Model)
- Υβριδικές

Διάκριση μεταξύ



- Γεωμετρίας απλού (ιδεατού) σώματος (ορθογώνιο πρίσμα, πρίσμα με κεκλιμένη οροφή, πολυέδρο, κύλινδρος, σφαιρικό πρίσμα, tesseroid...)
- Γεωμετρία ενός DTM (όλες οι γεωμετρίες απλών σωμάτων + DTM χαρακτηριστικά (διγραμμικές επιφάνειες, πολυωνυμικές επιφάνειες) + φασματικές και υβριδικές μέθοδοι με έμφαση στα 'Near Zone effects')

Αναλυτική λύση για το γενικευμένο πολύεδρο

$$V = \frac{G\rho}{2} \sum_{p=1}^n \sigma_p h_p \left[\sum_{q=1}^m \sigma_{pq} h_{pq} LN_{pq} + h_p \sum_{q=1}^m \sigma_{pq} AN_{pq} + SING_{A_p} \right]$$

$$\vec{V}_{x_i} = G\rho \sum_{p=1}^n \cos(\vec{N}_p, \vec{e}_i) \left[\sum_{q=1}^m \sigma_{pq} h_{pq} LN_{pq} + h_p \sum_{q=1}^m \sigma_{pq} AN_{pq} + SING_{A_p} \right] \vec{e}_i \quad i = 1, 2, 3$$

$$V_{x_i x_j} = G\rho \sum_{p=1}^n \cos(\vec{N}_p, \vec{e}_i) \left[\sum_{q=1}^m \cos(\vec{n}_{pq}, \vec{e}_j) LN_{pq} + \sigma_p \cos(\vec{N}_p, \vec{e}_j) \sum_{q=1}^m \sigma_{pq} AN_{pq} + SING_{B_{pj}} \right] \quad i, j = 1, 2, 3$$

- Tsoulis D, Petrović S (2001) Geophysics
- Tsoulis D (2012) Geophysics (+ Fortran)
- Tsoulis D, Gavriilidou G (2021) Geophysical Prospecting (+ Matlab)

Αναλυτική λύση για το γενικευμένο πολύεδρο

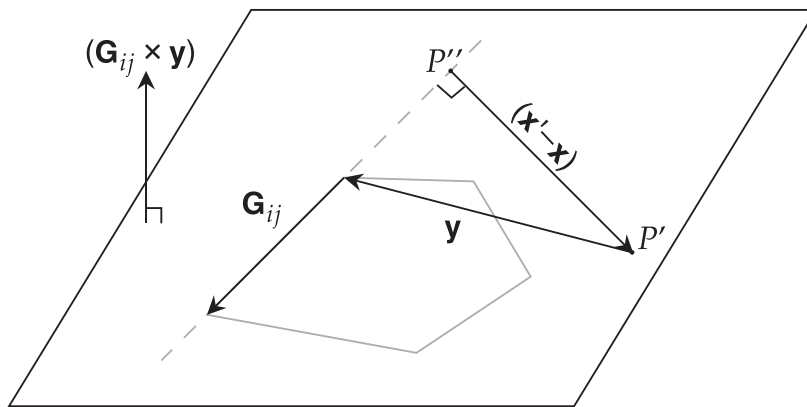


Figure 7 Geometric representation of the second condition for the retrieval of the coordinates of point P'' .

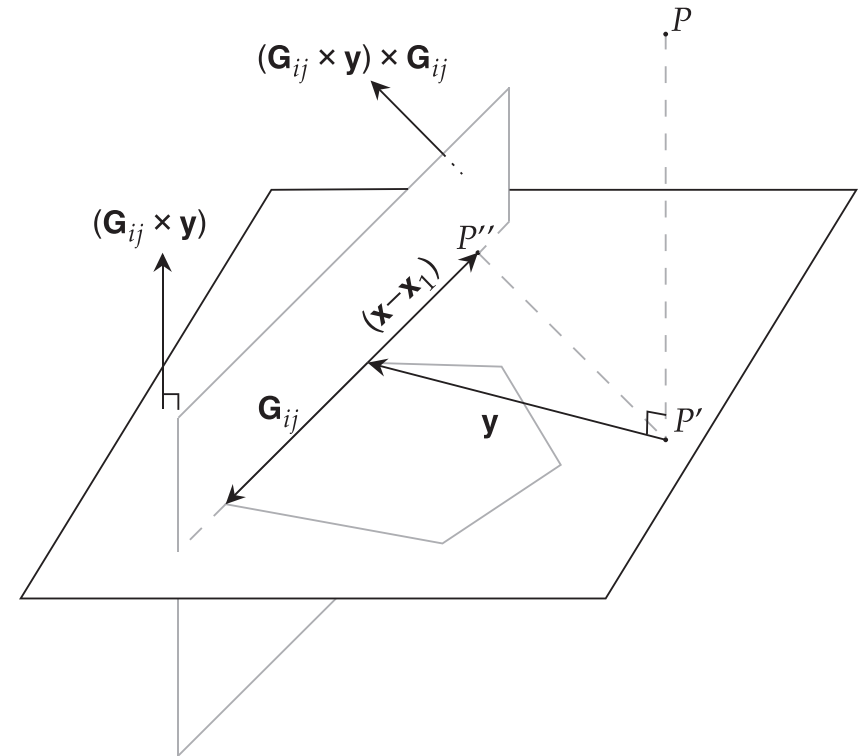
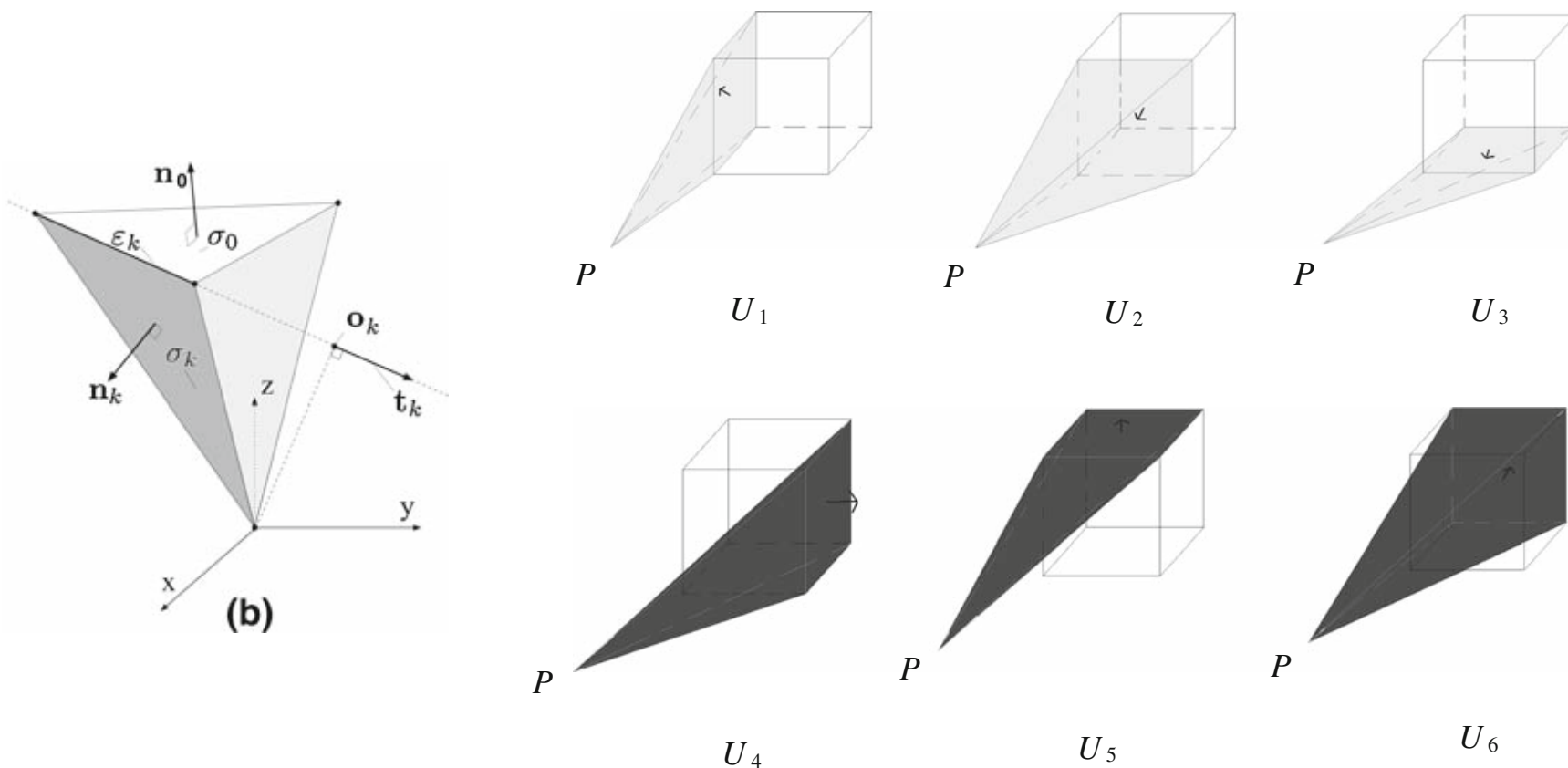


Figure 8 Geometric representation of the third condition for the retrieval of the coordinates of point P'' .

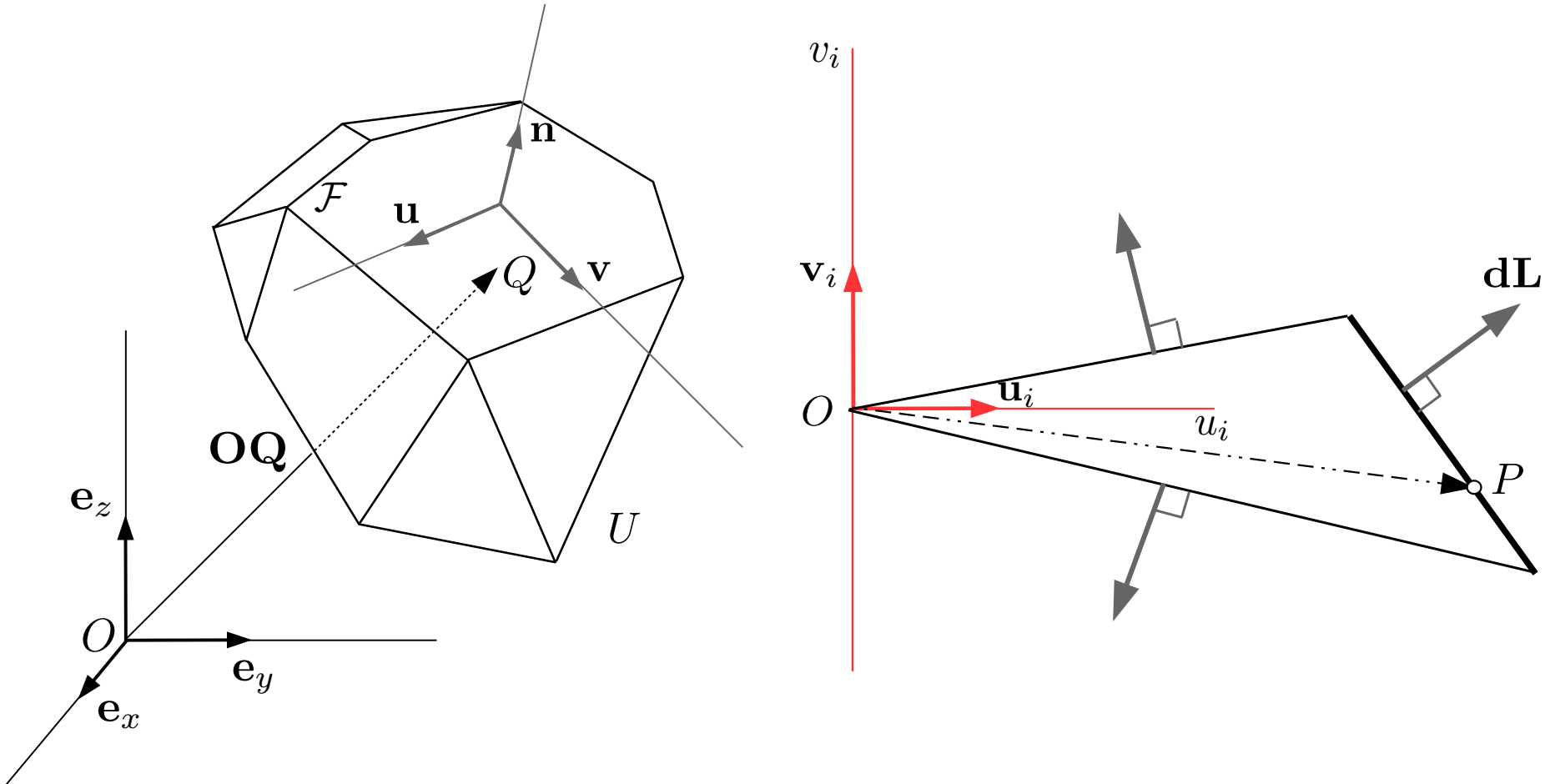
Tsoulis D, Gavriilidou G (2021) Geophysical Prospecting

Σφαιρικές αρμονικές για το γενικευμένο πολύεδρο

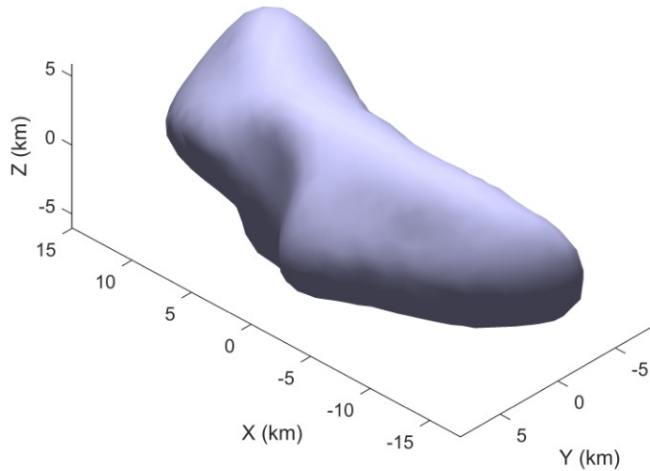


Tsoulis D et al (2009) Journal of Geodesy

Σφαιρικές αρμονικές για το γενικευμένο πολύεδρο

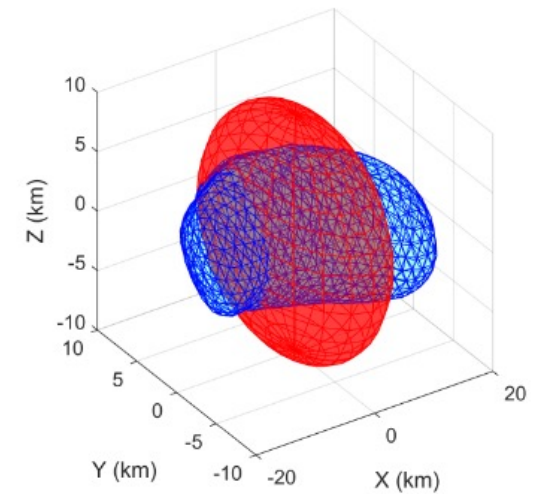
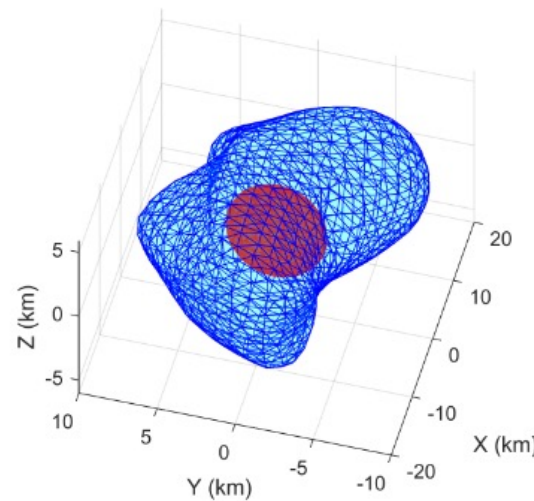
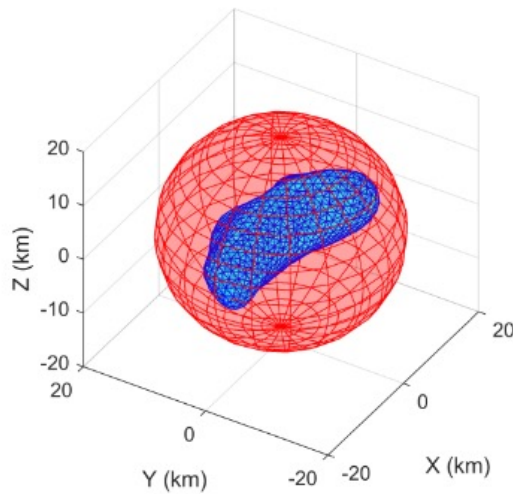


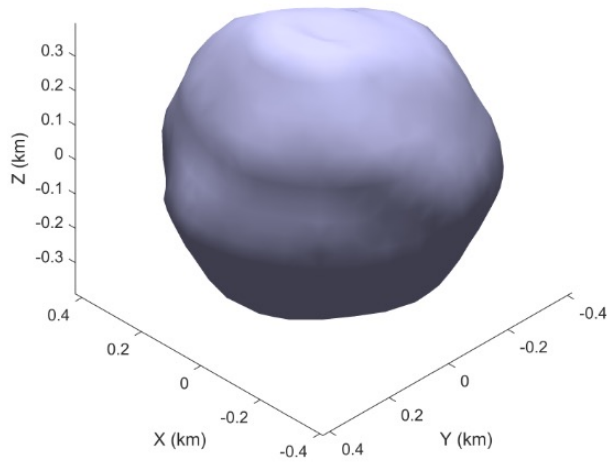
Jamet O, Tsoulis D (2020) Journal of Geodesy



Known asteroid models: Eros

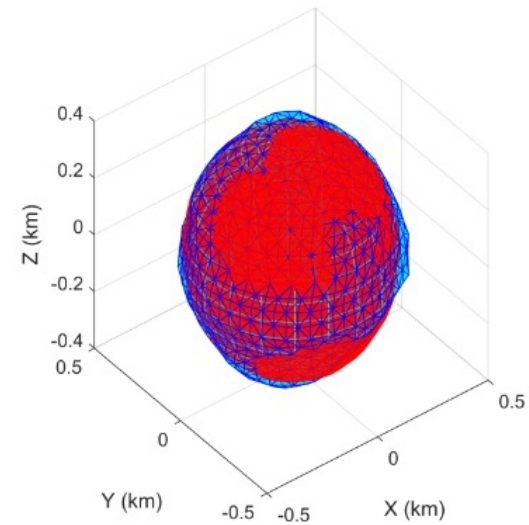
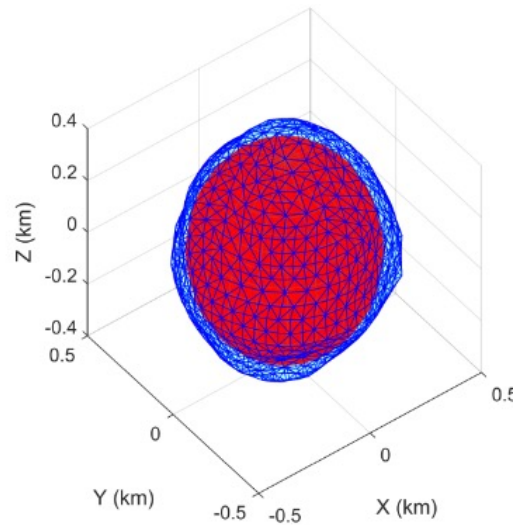
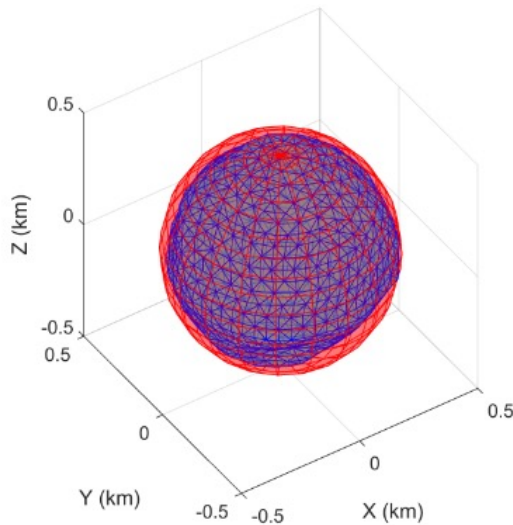
Gavriilidou G, Tsoulis D (2024) Surveys in Geophysics





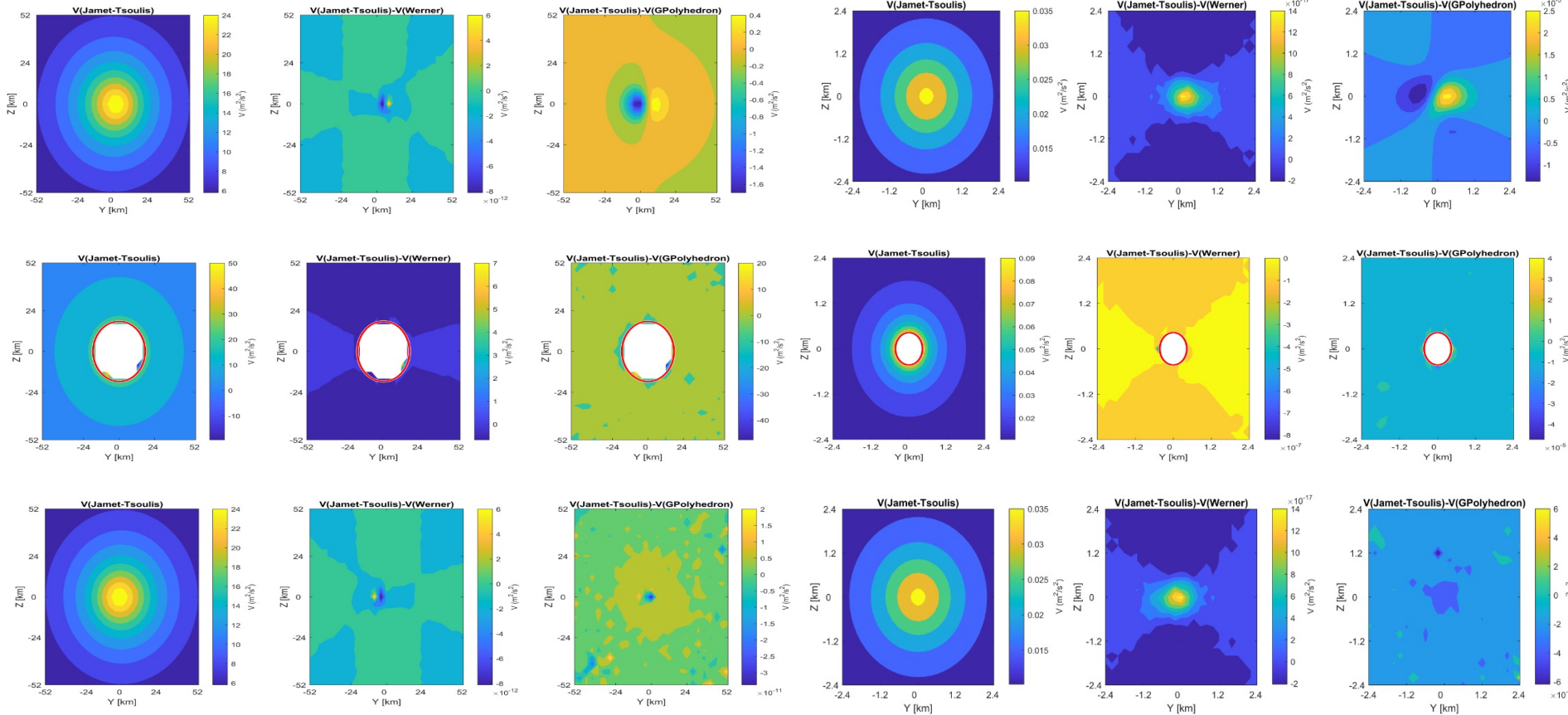
Known asteroid models: Didymos

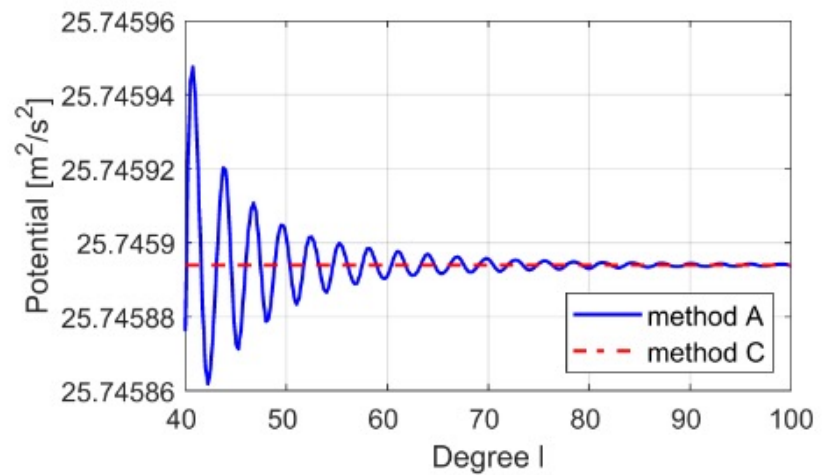
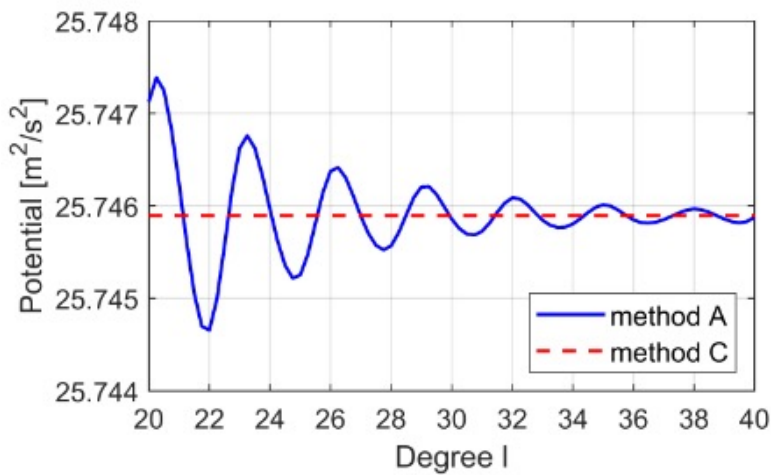
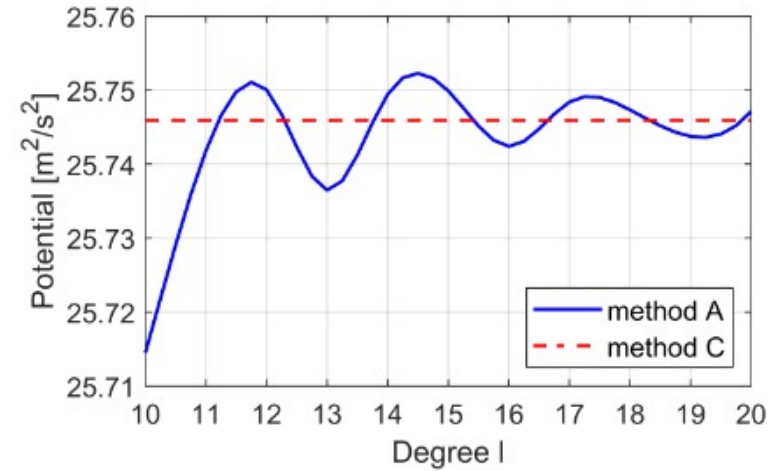
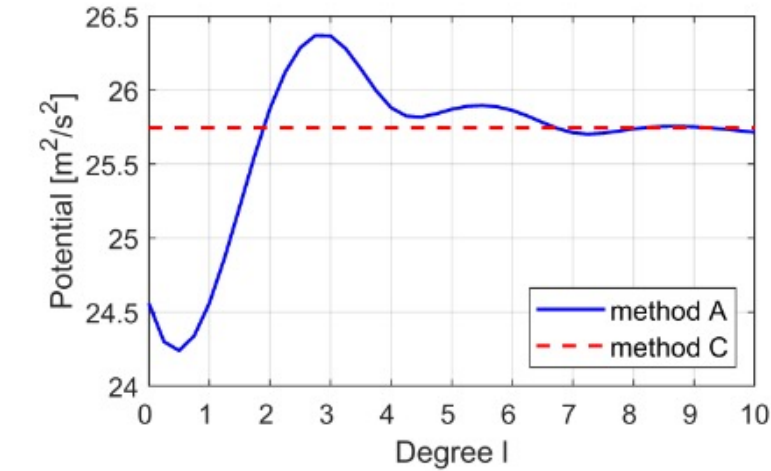
Gavriilidou G, Tsoulis D (2024) Surveys in Geophysics



Eros

Didymos





Gavriilidou G, Tsoulis D (2024) Surveys in Geophysics

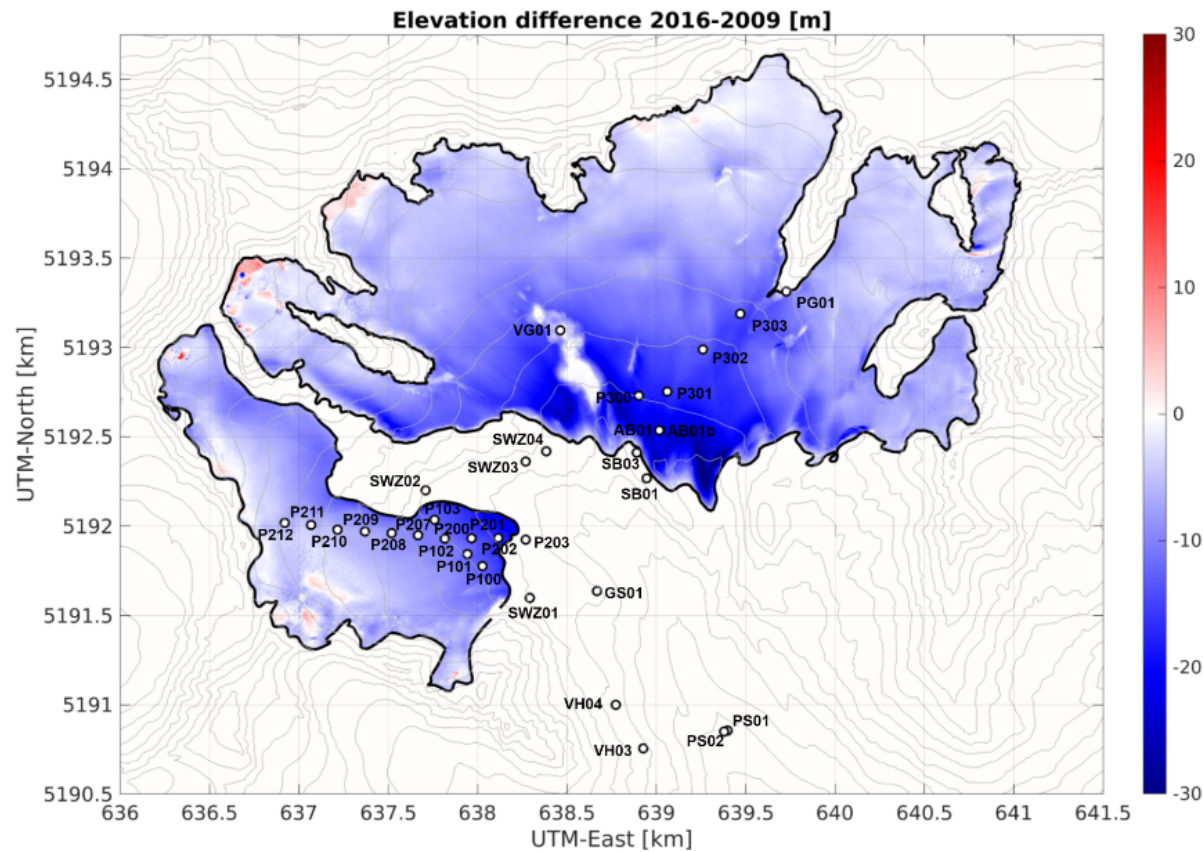


Figure 1: Height of the melted glacier between 2009 and 2016 at Vernagtferner with the circles indicating the gravity sites.

Gavriilidou G, Gerlach C, Tsoulis D (2024) Global and Planetary Change

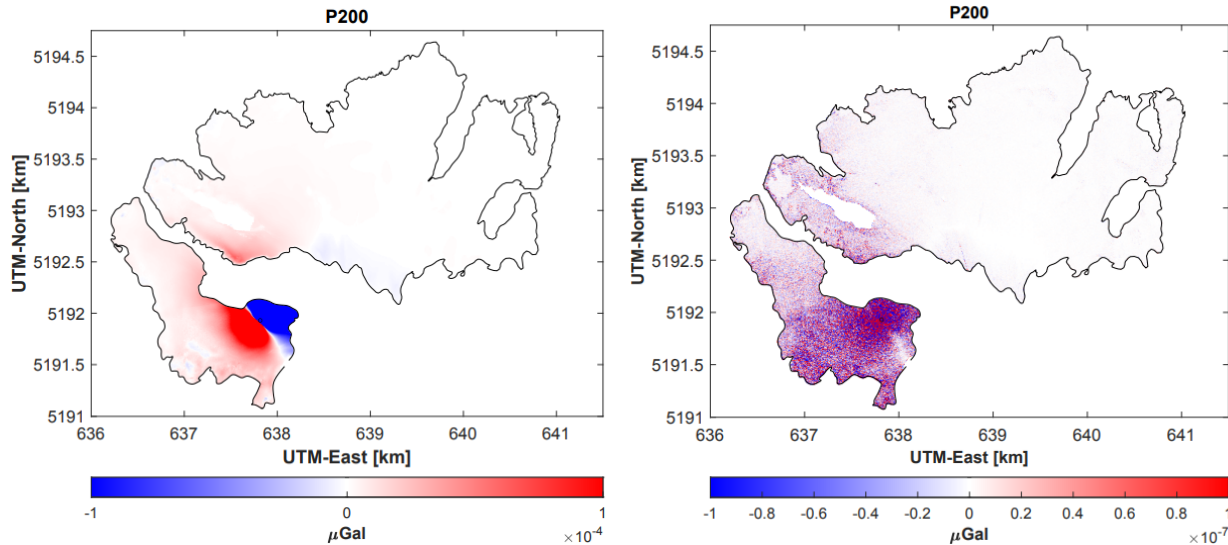


Figure 3: *Contribution of all mass elements to the terrain effect V_z of the 2009-2016 period evaluated at stations GS01, SWZ01, SWZ02 from the first plot to the last. The left column shows the results using the prismatic method while the right their differences of the polyhedral approach.*

Gavriilidou G, Gerlach C, Tsoulis D (2024) Global and Planetary Change

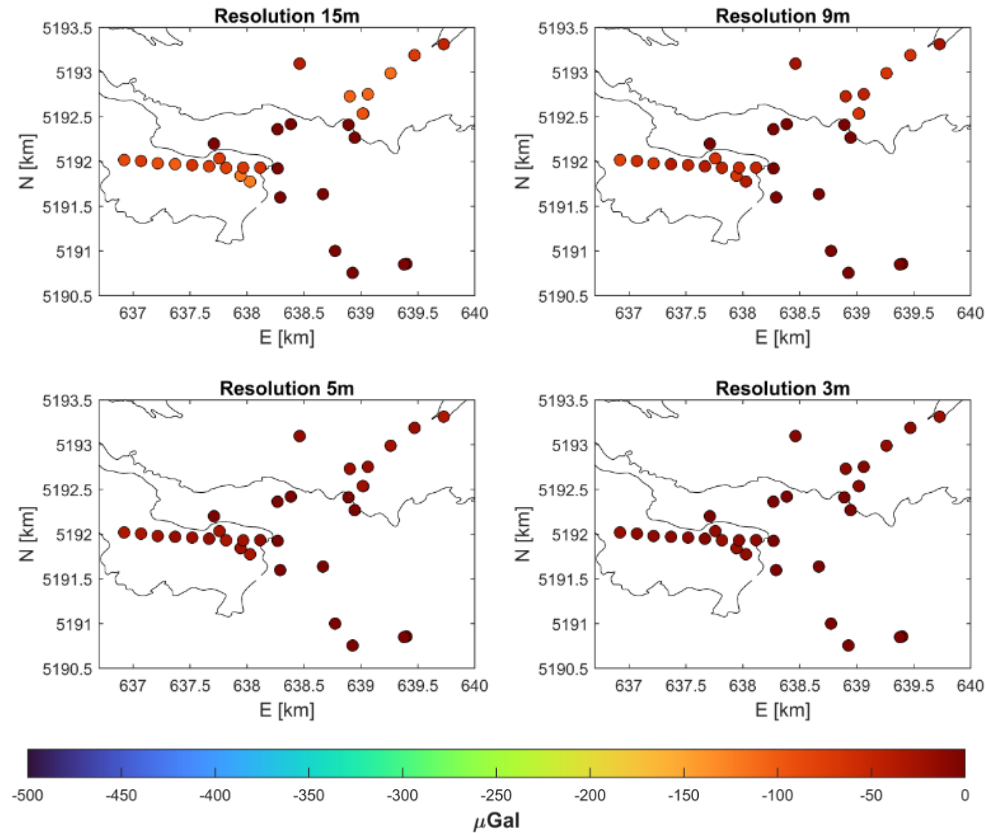


Figure 10: Differences on the terrain effect between the two modelling methods, *prismatic – polyhedral*, for the corresponding coarser DTMs.

Gavriilidou G, Gerlach C, Tsoulis D (2024) Global and Planetary Change

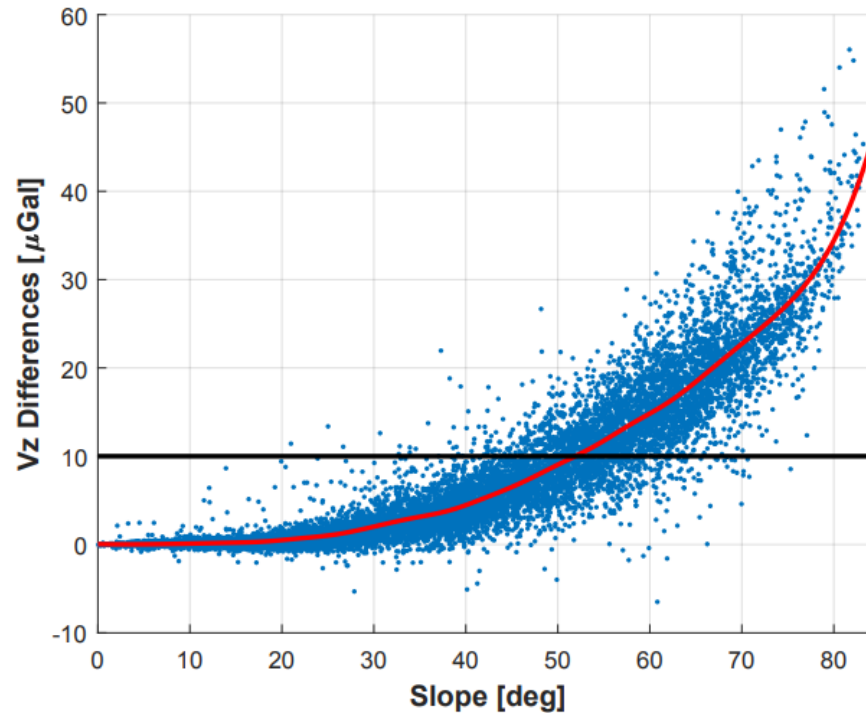
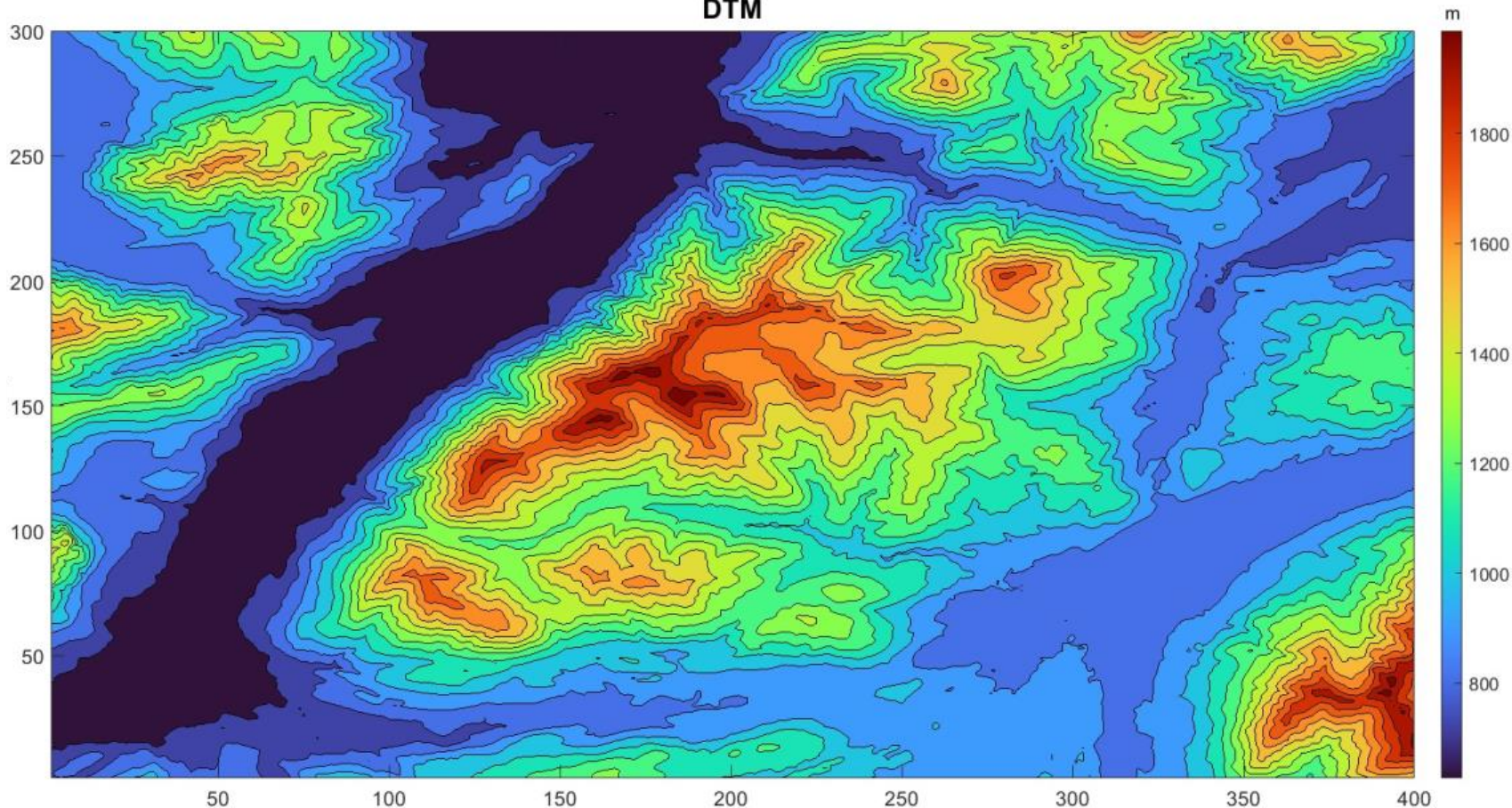


Figure 13: Differences of the two modelling approaches on the terrain effect in μ Gal with respect to the surface slope at the computation point and plotted against a 10 μ Gal gravimetric campaign target accuracy threshold.

Gavriilidou G, Gerlach C, Tsoulis D (2024) Global and Planetary Change

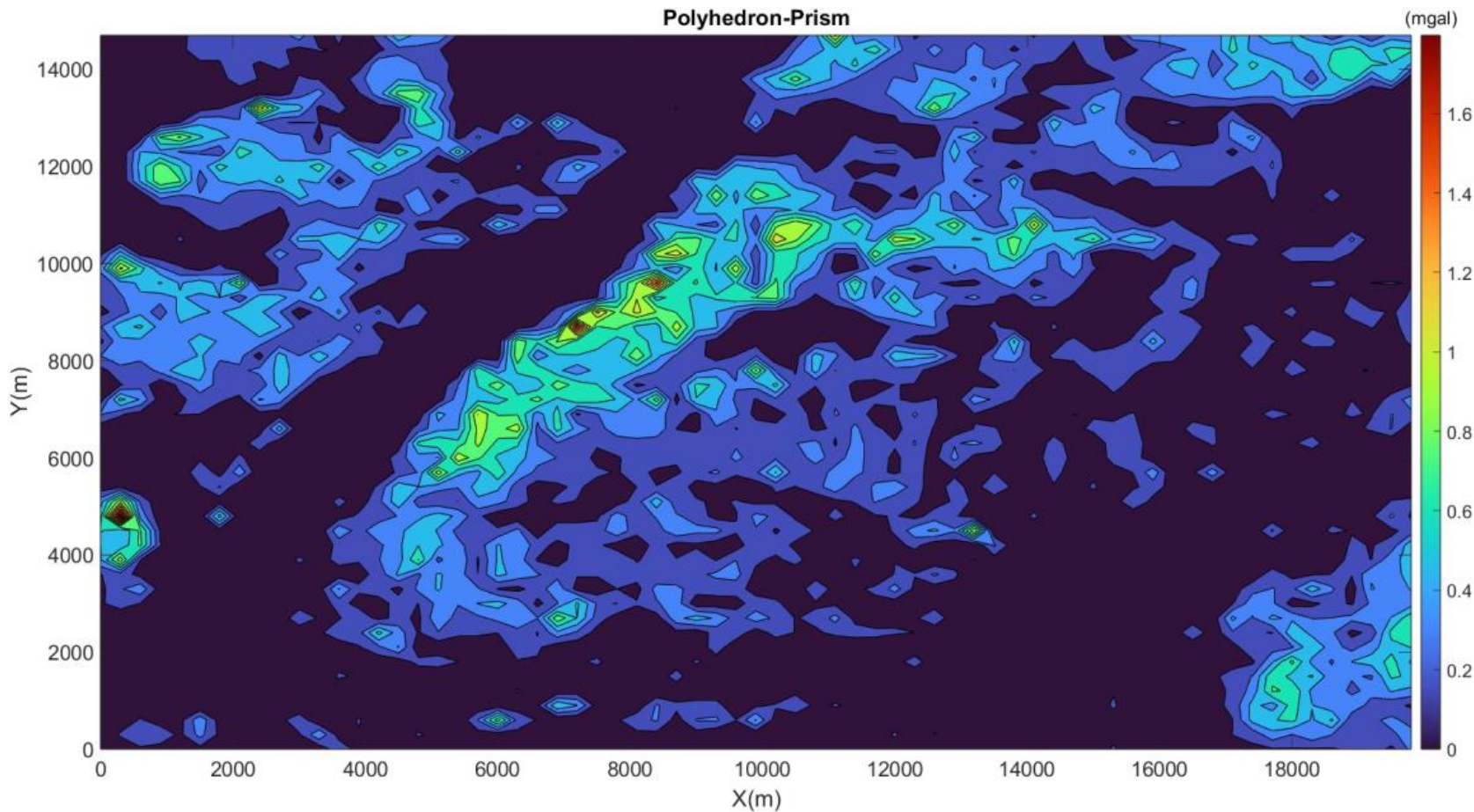
Τοπογραφικές επιδράσεις σε ένα DTM

DTM



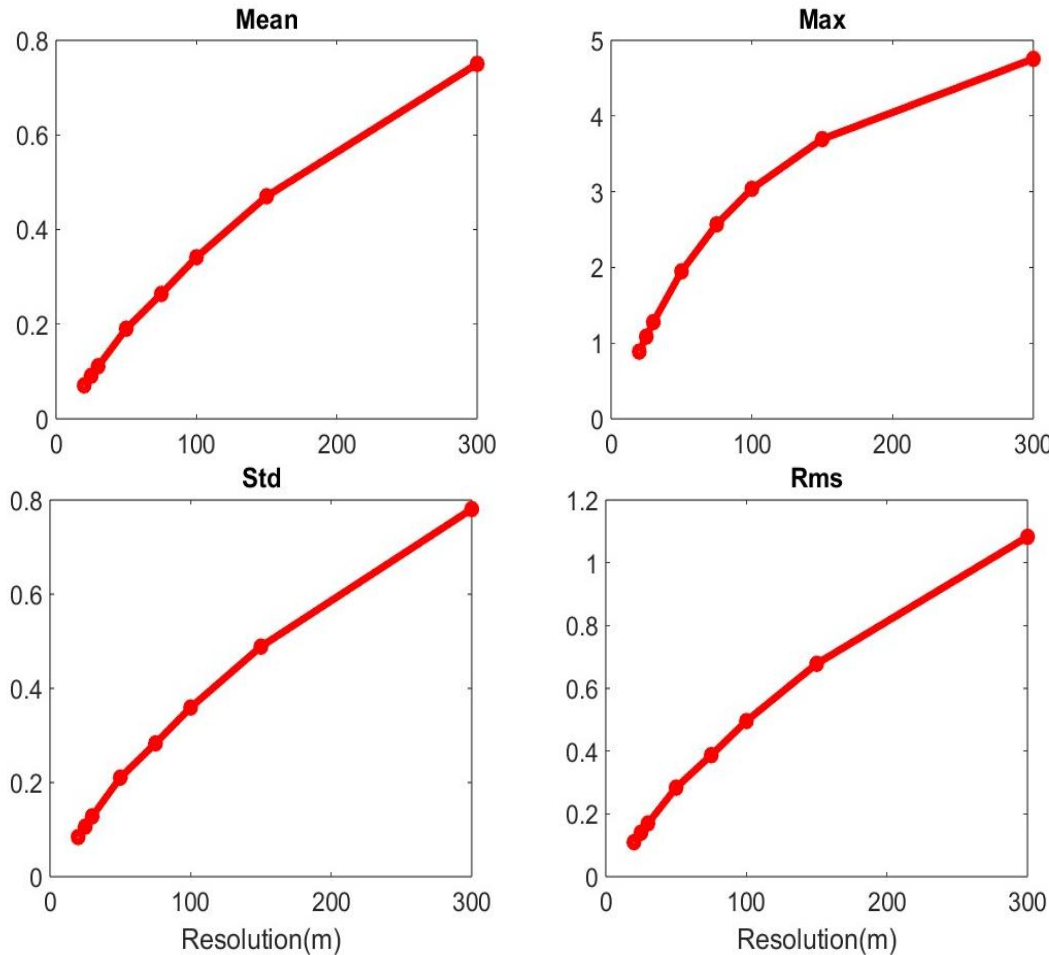
Κυπριώτης Α (2022) Διπλ. Εργ., ΤΑΤΜ/ΑΠΘ

Τοπογραφικές επιδράσεις σε ένα DTM



Κυτριώτης Α (2022) Διπλ. Εργ., ΤΑΤΜ/ΑΠΘ

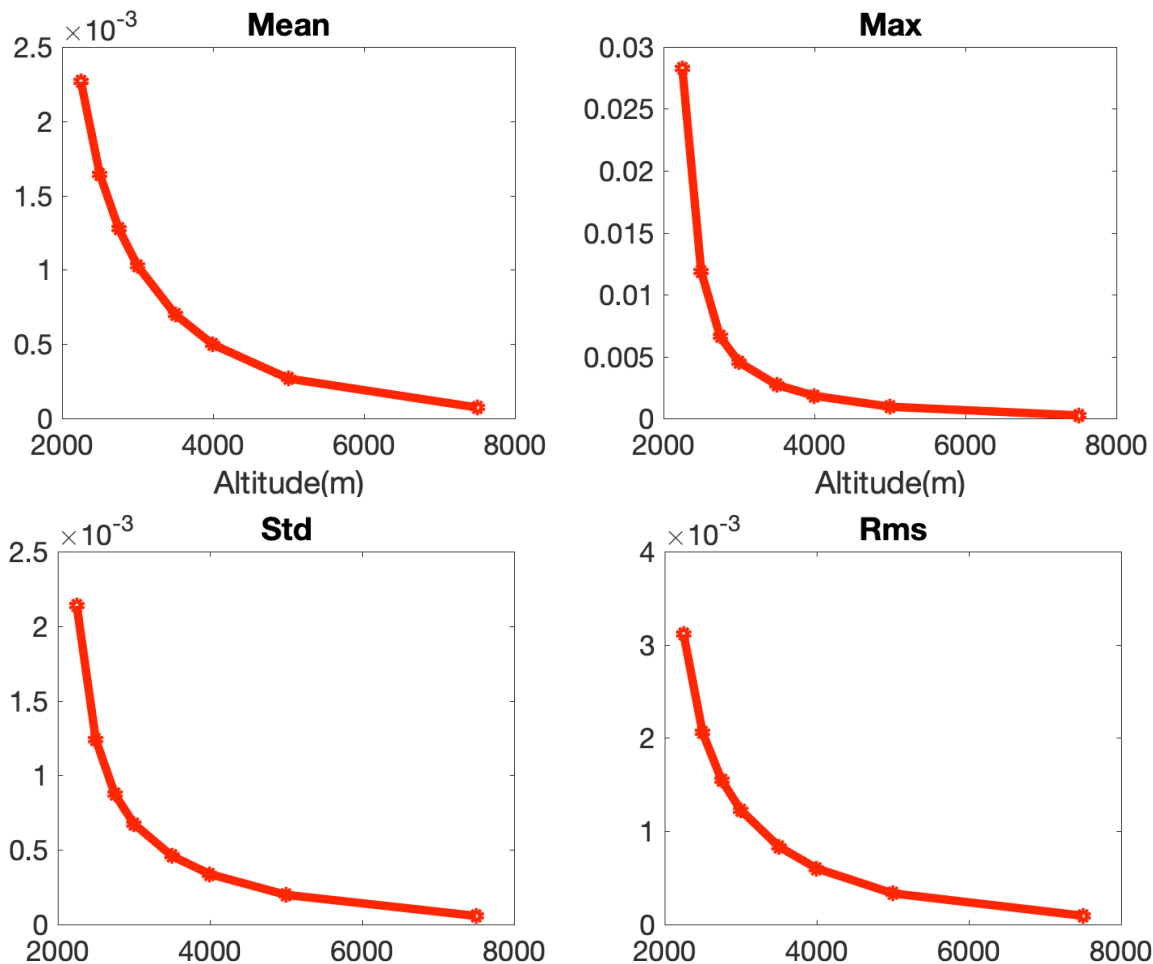
Πολύεδρο vs Πρίσμα για διαφορετικές αναλύσεις του DTM



y-axis: mGal

Κυπριώτης Α (2022) Διπλ. Εργ., ΤΑΤΜ/ΑΠΘ

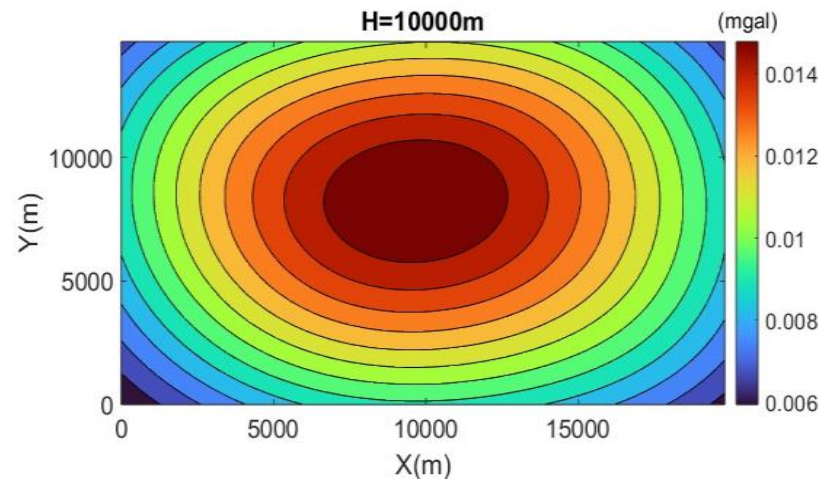
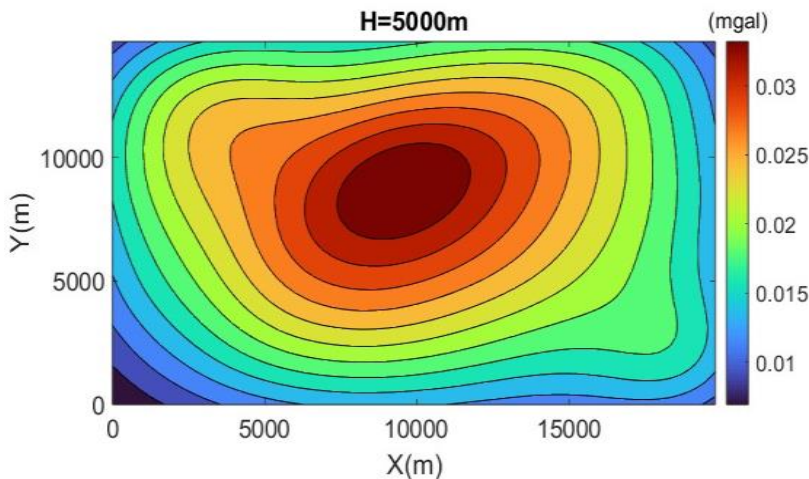
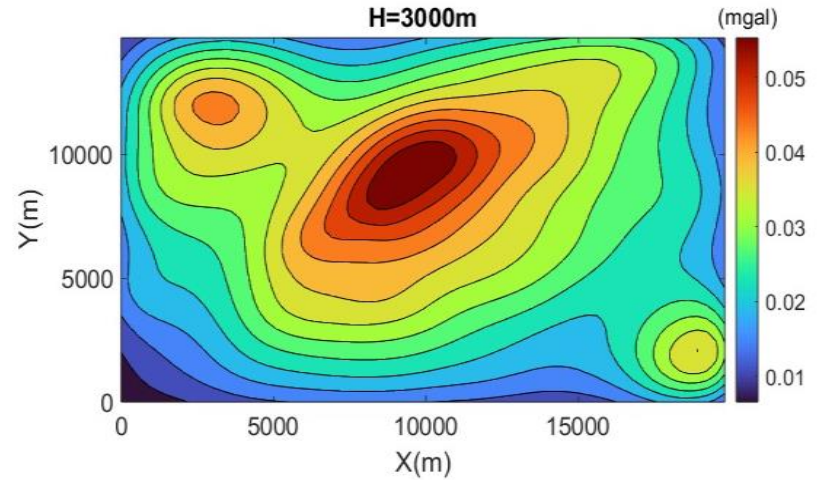
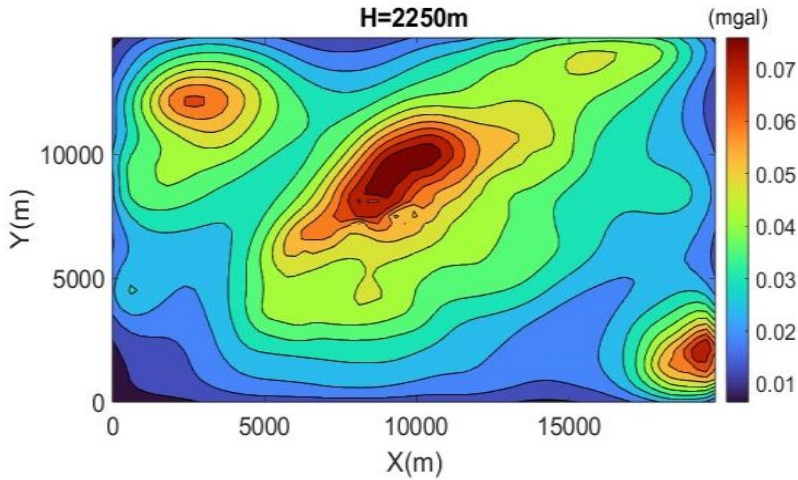
Πολύεδρο vs Πρίσμα για διαφορετικά υψόμετρα από το DTM



y-axis: mGal

Κυπριώτης Α (2022) Διπλ. Εργ., ΤΑΤΜ/ΑΠΘ

Πολύεδρο vs Πρίσμα για διαφορετικά υψόμετρα από το DTM



Κυπριώτης Α (2022) Διπλ. Εργ., ΤΑΤΜ/ΑΠΘ

Τρέχοντα και μελλοντικά ερευνητικά αντικείμενα

- Δυναμική μοντελοποίηση πολυεδρικού βαρυτικού σήματος (→ στοχαστικό πολύεδρο, ΔC_{lm} , ΔS_{lm} , αβεβαιότητες βαρυτικού σήματος)
- Μεταφορές / ισοζύγια μαζών, αναλύσεις χρονοσειρών
- Συσχέτιση με τρέχουσες και μελλοντικές δορυφορικές αποστολές
- Δυναμική μοντελοποίηση δορυφορικής τροχιάς