

Τμήμα
Γεωπληροφορικής και Τοπογραφίας

Τ.Ε.Ι. Σερρών

Αναγωγή στοιχείων σε χαρτογραφικό επίπεδο

Δρ. Κατσουγιαννόπουλος Συμεών
Διπλ. Τοπογράφος Μηχανικός

Σέρρες 2008



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης



Τμήμα Γεωπληροφορικής και Τοπογραφίας

σε συνεργασία με το Τμήμα Εκδόσεων και Βιβλιοθήκης
του Τ.Ε.Ι. Σερρών.

Αναγωγή στοιχείων σε χαρτογραφικό υπόβαθρο.

Συμεών Κατσουγιαννόπουλος
MSc Διπλ. Αγρονόμος Τοπογράφος Μηχανικός

Σέρρες Αύγουστος 2008

Το Βιβλίο αυτό χρηματοδοτήθηκε από το πρόγραμμα
«Αναμόρφωση Προπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών του Τμήματος
Γεωπληροφορικής και Τοπογραφίας»
στο πλαίσιο κατηγοριών πράξεων
2.2.2.α «Αναμόρφωση Προπτυχιακών Προγραμμάτων Σπουδών» και
2.6.1.ζ. «Διερεύνηση Προγραμμάτων Σπουδών Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης
(Προπτυχιακά, Μεταπτυχιακά, Εξειδίκευση)»

Επιστημονικός Υπεύθυνος: Γεώργιος Καριώτης
Καθηγητής Εφαρμογών.

Έκδοση: Τμήμα Γεωπληροφορικής και Τοπογραφίας
Τ.Ε.Ι. Σερρών, Σέρρες, 2008

I.S.B.N.: 978-960-98734-1-3



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

Πρόλογος

Η πολυμορφία του ελληνικού χώρου όσον αφορά τα προβολικά συστήματα που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση του γήινου αναγλύφου (TM 3°, Hatt κτλ.) συνεχίζει να αποτελεί ακόμη και σήμερα σημαντικό πρόβλημα. Αν και τα τελευταία χρόνια έχει οριστεί το νέο σύστημα αναφοράς του κτηματολογίου ΕΓΣΑ '87 με την εγκάρσια μερκατορική προβολή μιας ζώνης TM '87 και όλες οι νέες χαρτογραφήσεις αναφέρονται στο νέο αυτό σύστημα, ωστόσο η ύπαρξη μεγάλου όγκου χαρτών σε παλιότερα συστήματα μας οδηγεί στην δημιουργία μεθοδολογιών μετάβασης από ένα σύστημα σε ένα άλλο, διαδικασία απαραίτητη για την οριοθέτηση αγροτεμαχίων και οικοπέδων. Επίσης η είσοδος του παγκοσμίου δορυφορικού συστήματος προσδιορισμού θέσης (GPS) με σημαντικά πλεονεκτήματα σε αποτυπώσεις και τριγωνισμούς πρόσθεσε μια ακόμη παράμετρο διαφοροποίησης στην υπάρχουσα πολυμορφία.

Οι εργασίες που έχουν γίνει πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι αρκετές όπως επίσης και τα προγράμματα υπολογισμών, παρόλα αυτά η παρούσα εργασία επιχειρεί μια συνολική παρουσίαση όλων των προβολικών συστημάτων χρησιμοποιούνται σήμερα στην Ελλάδα αλλά και των μεθόδων σύνδεσης όλων αυτών μέσα από μια διαφορετική προσέγγιση, ίσως πιο συμπαγής. Ο σκοπός είναι να παρουσιαστούν οι μέθοδοι αναγωγής και μετασχηματισμού όλων εκείνων των στοιχείων που έχουν προκύψει από μια μετρητική διαδικασία όπως η τοπογραφική αποτύπωση, η ψηφιοποίηση ενός χάρτη ή η φωτογραμμετρική απόδοση, γίνεται μια προσπάθεια να παρουσιαστούν όλες τεχνικές που χρησιμοποιούνται μέσα από αριθμητικά παραδείγματα και εφαρμογές με απλό και κατανοητό τρόπο και σε συνδυασμό με τους αντίστοιχους αλγόριθμους, ώστε να είναι δυνατός ο προγραμματισμός τους σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Αναγράφονται όλες οι εξισώσεις και η θεωρία από το αρχικό στάδιο μέτρησης μέχρι το τελικό στάδιο της απόδοσης τους σε ένα ψηφιακό χάρτη, συγκεκριμένα το βιβλίο περιλαμβάνει:

- Ανάλυση της θεωρίας της γεωμετρικής γεωδαισίας που αφορά τις προβολές και τις αναγωγές αποστάσεων.
- Περιγραφή των κυριότερων και περισσότερο χρησιμοποιούμενων μετασχηματισμών στο επίπεδο, με αντίστοιχα παραδείγματα και εφαρμογές.
- Υψομετρικός προσδιορισμός και αναγωγές.

Το βασικό σκεπτικό που ακολουθήθηκε κατά την συγγραφή του είναι να είναι κατανοητό και να μπορεί να διαβαστεί εύκολα. Παράλληλα η περιγραφή της θεωρίας γίνεται μέσα από την σκοπιά του προγραμματισμού και για τον λόγο αυτό παρέχονται στον αναγνώστη και οι πηγαίοι κώδικες των προγραμμάτων μέσα στο κείμενο και όχι ξεχωριστά σε παράρτημα ώστε να υπάρχει συνέχεια του θεωρητικού μέρους με την εφαρμογή.

Ακολουθώντας το γενικό πνεύμα του βιβλίου όλοι οι αλγόριθμοι που περιλαμβάνονται στο τεύχος είναι γραμμένοι σε γλώσσα προγραμματισμού Visual Basic (VB). Αν και η VB είναι γλώσσα υψηλού επιπέδου με περιορισμένες δυνατότητες, εντούτοις είναι αρκετά απλή και κατανοητή στον απλό χρήστη και για το λόγο αυτό επιλέχθηκε και ως γλώσσα παρουσίασης των προγραμμάτων του βιβλίου.

Τέλος θα παρακαλούσα τον αναγνώστη που θα εντοπίσει πιθανά λάθη ή παραλήψεις να μη διστάσει να με ενημερώσει ώστε να τις συμπεριλάβω σε μεταγενέστερες εκδόσεις.

Σ. Κατσουγιαννόπουλος

Περιεχόμενα

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ.	8
1.1	ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ.	8
1.1.1	ΑΛΛΑΓΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ.....	14
1.2	ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ.	18
1.2.1	ΠΡΟΒΟΛΗ ΗΑΤΤ.	18
1.2.2	Η ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΜΕΡΚΑΤΟΡΙΚΗ ΠΡΟΒΟΛΗ.....	21
1.2.3	ΤΑ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ.....	25
1.3	ΑΝΑΓΩΓΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΓΗΙΝΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΤΟ ΕΕΠ.	31
1.3.1	ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ.....	31
1.4	ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟ ΤΟ ΕΕΠ ΣΤΟ ΕΠΠΕΔΟ ΠΡΟΒΟΛΗΣ.	33
1.4.1	ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΤΗΝ ΠΡΟΒΟΛΗ ΗΑΤΤ.....	33
1.4.2	ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΤΗΝ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΜΕΡΚΑΤΟΡΙΚΗ ΠΡΟΒΟΛΗ (TRAVERSE MERCATOR, TM)	34
2	ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΣΤΟ ΕΠΠΕΔΟ.	38
2.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.	38
2.1.1	ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ.....	38
2.1.2	ΑΦΙΝΙΚΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ.	39
2.1.3	ΔΙΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΚΑΙ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ 2 ^{ΟΥ} ΒΑΘΜΟΥ....	40
2.2	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΕΛΑΧΙΣΤΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ.	41
2.2.1	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ. 42	
2.2.2	ΑΦΙΝΙΚΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ.	43
2.3	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΡΟΒΟΛΙΚΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΣΤΟ WGS'84.	47
2.3.1	ΑΛΛΑΓΗ ΠΡΟΒΟΛΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ.....	49
3	ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΧΑΡΤΩΝ.	50
3.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.	50
3.1.1	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ ΣΕ ΨΗΦΙΑΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ.....	51
4	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΥΨΟΜΕΤΡΩΝ.....	60
4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.	60
4.2	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΧΗΣ ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ.	61
4.2.1	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΧΗΣ ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ ΑΠΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.	62
4.2.2	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΧΗΣ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ ΑΠΟ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ. ..	63
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	69

1 Εισαγωγή στη γεωμετρική γεωδαισία.

1.1 Στοιχεία γεωμετρικής γεωδαισίας.

Η θέση πάνω στην επιφάνεια της γης μπορεί να οριστεί με βάση ένα καρτεσιανό σύστημα αναφοράς με **κέντρο** το κέντρο μάζας της γης και άξονες:

- **Z** με κατεύθυνση προς το βόρειο πόλο της γης,
- **X** κάθετο στον άξονα Z και με κατεύθυνση από το κέντρο της γης προς το σημείο που ορίζει ο μεσημβρινός που περνάει από το Greenwich και
- **Y** κάθετο στους άλλους δύο έτσι ώστε να συμπληρώνει ένα δεξιόστροφο σύστημα αναφοράς.

Ένα τέτοιο σύστημα θα ήταν ιδανικό για την περίπτωση των μετρήσεων με τα δορυφορικά συστήματα πλοήγησης όπως το GPS, αλλά πολλά προβλήματα συναντώνται στον ορισμό ενός τέτοιου συστήματος, τόσο γεωκέντρο όσο και ο άξονας περιστροφής της γης δεν μπορούν να οριστούν με απόλυτη σαφήνεια αφού μεταβάλλονται συνεχώς συναρτήσει του χρόνου.

Στην προσπάθεια να οριστεί ένα τέτοιο σύστημα επιλέχθηκαν συγκεκριμένα θεμελιώδη σημεία πάνω στην γήινη επιφάνεια από τα οποία εκτελούνται μετρήσεις ακριβείας με τεχνικές όπως η συμβολομετρία πολύ μεγάλων βάσεων (VLBI - Very long Baseline Interferometry) και η συμβολομετρία laser προς δορυφόρους (SLR - Satellite Laser Ranging) και προσδιορίζονται οι βασικές παράμετροι περιστροφής της γης. Αυτό οδηγεί στην αποδοχή ενός πλαισίου συμβάσεων και μοντέλων για τον προσδιορισμό των προσανατολισμών των αξόνων του συστήματος και μαζί με τα αντίστοιχα θεμελιώδη σημεία (θέσεις, ταχύτητες μετακίνησης και εποχή αναφοράς), όλα τα παραπάνω αποτελούν το επίγειο πλαίσιο αναφοράς (TRF – Terrestrial Reference Frame). Στα πλαίσια ορισμού του επίγειου πλαισίου αναφοράς με διεθνείς συμβάσεις, υιοθετήθηκε και το διεθνές επίγειο σύστημα αναφοράς

(ITRF - International Terrestrial Reference Frame) με παραμέτρους που ορίζονται κάθε έτος ή κάθε μερικά χρόνια. Η ονομασία ενός τέτοιου συστήματος είναι ITRF_{yy} όπου yy τα δύο τελευταία ψηφία του έτους αναφοράς, για παράδειγμα το ITRF04 είναι το διεθνές επίγειο σύστημα αναφοράς για το έτος 2004. Το σύστημα αναφοράς του GPS με την ονομασία WGS'84 (World Geodetic System 1984) από την εποχή της δημιουργίας του βελτιώθηκε αρκετές φορές ώστε να είναι δυνατή η σύνδεση του με ένα ITRF (ITRF94 η πιο πρόσφατη βελτίωση).

Ο ορισμός της θέσης μας πάνω στην γη μπορεί να καλύπτεται από ένα επίγειο σύστημα αναφοράς, αλλά η χαρτογράφηση της γήινης επιφάνειας απαιτεί εκτός από τον ορισμό ενός καρτεσιανού συστήματος και την προσαρμογή μιας μαθηματικής επιφάνειας που να αναπαριστά καλύτερα την πολύπλοκη μορφή της γήινης τοπογραφίας. Αποδείχθηκε ότι ένα ελλειψοειδές εκ' περιστροφής (η επιφάνεια που προκύπτει αν περιστρέψουμε μια έλλειψη γύρω από ένα άξονα της) αποτελεί την βέλτιστη μαθηματική προσέγγιση της γης, αλλά ακόμη και αυτή η προσέγγιση δεν καλύπτει τις τοπικές εξάρσεις και υφέσεις του γήινου φλοιού (σχήμα 1.1).

Αν εξετάσουμε την επιλογή ενός γεωδαιτικού συστήματος από την σκοπιά της απεικόνισης της γήινης επιφάνειας τότε θα πρέπει να διαμορφώσουμε κατάλληλα συστήματα αναφοράς και ελλειψοειδή ανάλογα με τις ανάγκες αποτύπωσης, έτσι δημιουργήθηκαν ελλειψοειδή διαφορετικών διαστάσεων που προσαρμόζονται σε συγκεκριμένες περιοχές της γης, αλλά και ελλειψοειδή που προσαρμόζονται σε όλη την γήινη επιφάνεια. Τα μεγέθη που καθορίζουν το σχήμα ενός ελλειψοειδούς εκ περιστροφής είναι :

a : Μεγάλος ημιάξονας.

b : Μικρός ημιάξονας.

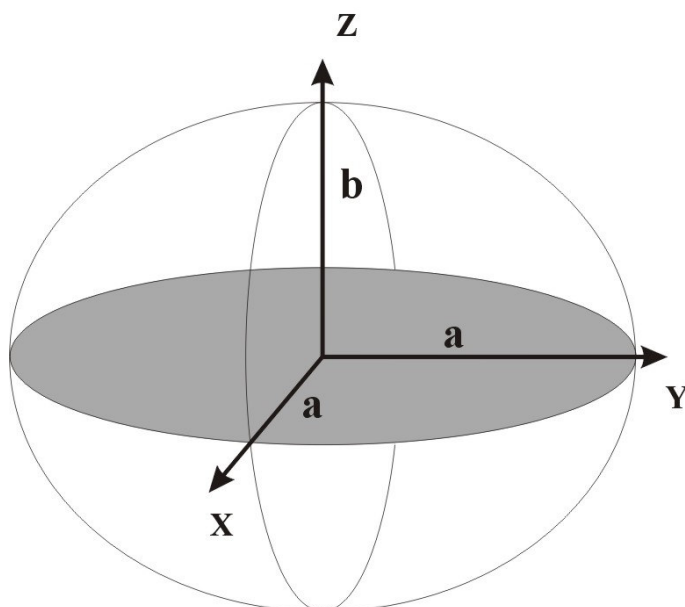
$$f = \frac{a - b}{a} \text{ η επιπλάτυνση και}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \text{ η εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς.}$$

Τα χαρακτηριστικά των ελλειψοειδών που χρησιμοποιούνται στην Ελλάδα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα 1.1.

Πίνακας 1. 1. Διαστάσεις των ελλειψοειδών εκ περιστροφής που χρησιμοποιούνται στην Ελλάδα.

ΕΕΠ	a(m)	b(m)	f	e	e'
Bessel	6377397	6356079	1/299.5	0,08169646	0,08197047
Hayford	6378388	6356912	1/297	0,08199179	0,08226879
GRS '80	6378137	6356752	1/298.26	0,08181979	0,08209504




Σχήμα 1. 1. Ελλειψοειδές εκ περιστροφής.

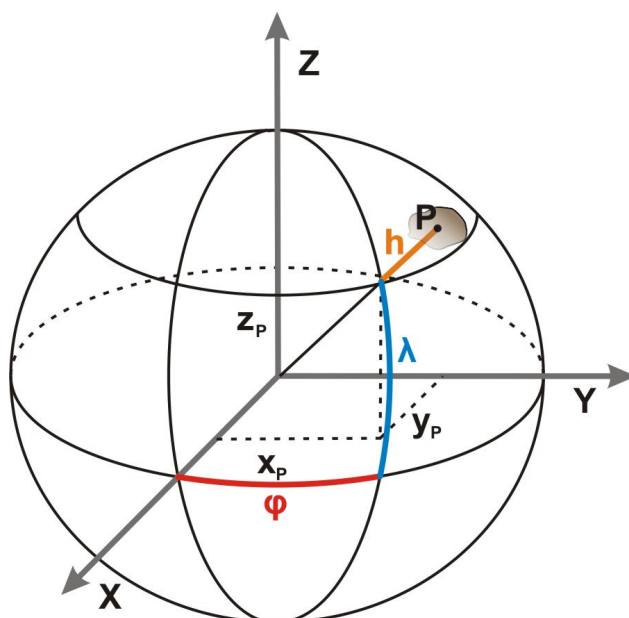
Εάν γνωρίζουμε τις καρτεσιανές συντεταγμένες (X, Y, Z) ενός σημείου τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τις ελλειψοειδείς (γεωμετρικές) συντεταγμένες του φ , λ και h χρησιμοποιώντας τις σχέσεις 1.1 :

$$\begin{aligned}
 X &= (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\
 Y &= (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\
 Z &= [(1 - e^2)N + h] \sin \varphi
 \end{aligned}
 \iff
 \begin{aligned}
 \lambda &= \arctan \frac{Y}{X} \\
 \varphi &= \arctan \left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \right) \\
 h &= \frac{Z}{\sin \varphi} - (1 - e^2)N
 \end{aligned}
 \quad (1. 1)$$

όπου h το γεωμετρικό υψόμετρο και N η ακτίνα καμπυλότητας της πρώτης κάθετου τομής. Η ακτίνα της πρώτης κάθετου τομής προκύπτει από τον τύπο:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}} \quad (1.2)$$

 Δεν θα πρέπει να συγχέουμε την ακτίνα καμπυλότητας N με την αποχή του γεωειδούς, η οποία συμβολίζεται επίσης με N .



Σχήμα 1.2. Ελλειψοειδείς και καρτεσιανές συντεταγμένες.

Όπως φαίνεται από τον τύπο που μας δίνει το γεωδαιτικό πλάτος φ συναρτήσει των X, Y, Z για τον υπολογισμό του φ (εξισώσεις 1.1) θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μια μέθοδο αριθμητικής ανάλυσης για τον υπολογισμό του επειδή η άγνωστη ποσότητα φ εμφανίζεται και στα δύο μέλη της εξίσωσης.

Το παγκόσμιο σύστημα εντοπισμού θέσης (Global Positioning System - GPS) χρησιμοποιείται πλέον στην συντριπτική πλειοψηφία των Τοπογραφικών και Γεωδαιτικών εργασιών γιατί υπερτερεί σε πολλά σημεία σε σχέση με τις υπόλοιπες - προγενέστερες - μεθόδους. Στο σύστημα αναφοράς WGS'84 του GPS που αναφέρονται όλες οι παρατηρήσεις που κάνουμε με το

GPS ή αντίστοιχα οι γεωμετρικές συντεταγμένες στο ελλειψοειδές εκ' περιστροφής που χρησιμοποιεί και έχει τις διαστάσεις του GRS' 80.

Παράδειγμα : Ο υπολογισμός του γεωδαιτικού πλάτους φ από τις καρτεσιανές συντεταγμένες προκύπτει με την χρήση της μεθόδου των συναρτησιακών επαναλήψεων.

Επειδή η ποσότητα φ εμφανίζεται και στα δύο μέλη της εξίσωσης δεν είναι δυνατό να υπολογίσουμε απευθείας την τιμή του φ , συνεπώς για τον υπολογισμό του φ θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μια μέθοδο αριθμητικής ανάλυσης, η εξίσωση του φ είναι σε τέτοια μορφή που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε απευθείας την μέθοδο των συναρτησιακών επαναλήψεων δηλαδή :

$$\varphi_{i+1} = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_i}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right) \quad \text{όπου } i=0,1,2,\dots$$

$$\text{και } N_i = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_i}}$$

σαν αρχική τιμή για το φ χρησιμοποιούμε την :

$$\varphi_0 = \arctan\left(\frac{Z(1 + e'^2)}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

όπου $e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$ είναι η δεύτερη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς.



Πρόγραμμα υπολογισμού των γεωδαιτικών συντεταγμένων φ , λ και h από τις καρτεσιανές X , Y , και Z .

Public Sub xyzToflh

(X As Double, Y As Double, Z As Double, F As Double, L As Double, h As Double)

Const pi = 3.14159265358979

'Μετατροπή των καρτεσινών συντεταγμένων στο ΕΓΣΑ'87

'σε γεωδαιτικές φ, λ, h με ΕΕΠ αναφοράς το GRS'80

Dim err As Double

Dim Ftemp, f1 As Double

Dim N, e1, e As Double

Dim conversion_factor As Double

Dim test As Double

'Σταθερές ΕΕΠ GRS'80

Const a = 6378137

Const b = 6356752.31414

'Απόδοση αρχικών τιμών

err = 1

'Υπολογισμός εκκεντρότητας e²

$e = (a^2 - b^2) / a^2$

'Υπολογισμός δεύτερης εκκεντρότητας e'²

$e1 = (a^2 - b^2) / b^2$

' Υπολογισμος αρχικής τιμής για το φ

$Ftemp = \text{Atn}(Z * (1 + e1) / \text{Sqr}(X^2 + Y^2))$

' Υπολογισμός φ με συναρτησιακές επαναλήψεις

Do Until (err < 0.000000001)

'Υπολογισμός ακτίνας καμπυλότητας της πρώτης καθέτου τομής για κάθε φ

$N = a / \text{Sqr}(1 - e * \text{Sin}(Ftemp)^2)$

$f1 = \text{Atn}((Z + e * N * \text{Sin}(Ftemp)) / \text{Sqr}(X^2 + Y^2))$

err = Abs(f1 - Ftemp)

Ftemp = f1

Loop

'Συντελεστής μετατροπής σε δεκαδικές μοίρες

conversion_factor = 180# / pi

'Μετατροπή των φ και λ σε δεκαδικές μοίρες

F = Ftemp * conversion_factor

' Υπολογισμος του λ

$L = \text{Atn}(Y / X) * \text{conversion_factor}$

' Υπολογισμος του h

$$h = (Z / \text{Sin}(Ftemp)) - (1 - e) * N$$

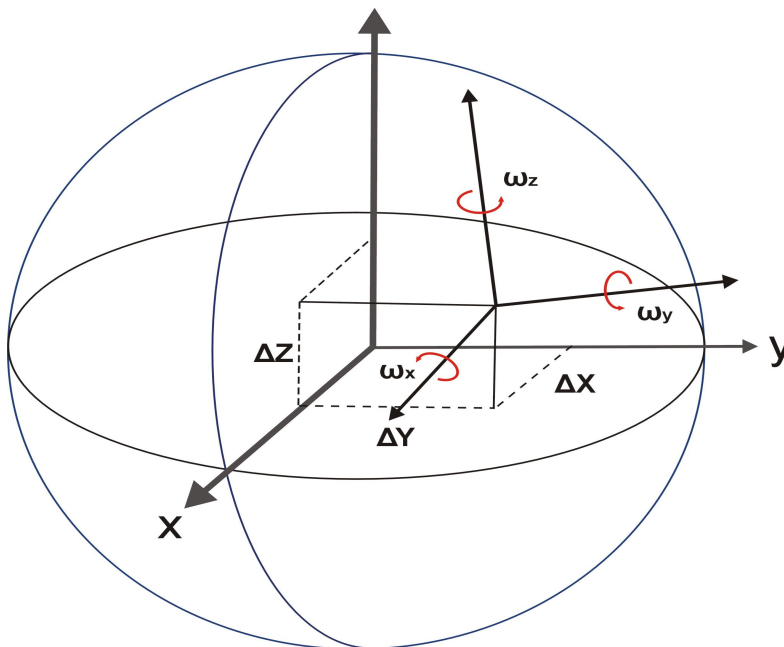
End Sub

Κατά τον υπολογισμό των X, Y, Z από τις γεωδαιτικές συντεταγμένες φ, λ και h απαιτείται η γνώση του γεωμετρικού υψομέτρου h. Στην περίπτωση που αυτό δεν είναι γνωστό τότε μπορεί να υπολογιστεί από το ορθομετρικό χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο γεωειδούς (βλ. κεφάλαιο 4)

1.1.1 Αλλαγή συστήματος αναφοράς.

Αν θέλουμε να μεταβούμε από το σύστημα WGS'84, σε ένα τοπικό σύστημα αναφοράς τότε είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τις παραμέτρους που συνδέουν τα δύο συστήματα.

Έστω ότι έχουμε δύο καρτεσιανά συστήματα αναφοράς το πρώτο είναι το WGS '84 το σύστημα αναφοράς του GPS και το δεύτερο ένα τοπικό σύστημα αναφοράς ΤΣ. Τα δυο συστήματα διαφέρουν κατά τρεις συνιστώσες παράλληλης μετάθεσης της αρχής των αξόνων καθώς επίσης και κατά τρεις γωνίες στροφής των αξόνων του ενός συστήματος ως προς το άλλο (Σχήμα 1.3).



Σχήμα 1.3. Γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς.

Αναλυτικά οι μαθηματικές σχέσεις που συνδέουν τα δύο συστήματα είναι (Ρωσσικόπουλος 1998):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{TΣ}} = \lambda \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS}} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

όπου \mathbf{R} είναι ο ορθογώνιος πίνακας στροφής που προκύπτει από το γινόμενο τριών επιμέρους πινάκων στροφής Euler. Για δεξιόστροφα συστήματα αναφοράς η σειρά των διαδοχικών στροφών μπορεί να είναι :

i. Στροφή κατά γωνία ω_x γύρω από τον άξονα x , ο πίνακας στροφής είναι

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_x & \sin \omega_x \\ 0 & -\sin \omega_x & \cos \omega_x \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

ii. Στροφή κατά γωνία ω_y γύρω από τον άξονα y , ο πίνακας στροφής είναι:

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} \cos \omega_y & 0 & -\sin \omega_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega_y & 0 & \cos \omega_y \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

iii. Στροφή κατά γωνία ω_z γύρω από τον άξονα z , ο πίνακας στροφής είναι:

$$\mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} \cos \omega_z & \sin \omega_z & 0 \\ -\sin \omega_z & \cos \omega_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

οπότε ο πίνακας \mathbf{R} είναι:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1(\omega_x) \cdot \mathbf{R}_2(\omega_y) \cdot \mathbf{R}_3(\omega_z) \quad (1.7)$$

ή αναλυτικά

$\mathbf{R} =$

$$\begin{bmatrix} \cos \omega_y \cos \omega_z & \cos \omega_y \sin \omega_z & -\sin \omega_y \\ \sin \omega_x \sin \omega_y \cos \omega_z - \cos \omega_x \sin \omega_z & \sin \omega_x \sin \omega_y \sin \omega_z + \cos \omega_x \cos \omega_z & \sin \omega_x \cos \omega_y \\ \cos \omega_x \sin \omega_y \cos \omega_z + \sin \omega_x \sin \omega_z & \cos \omega_x \sin \omega_y \sin \omega_z - \sin \omega_x \cos \omega_z & \cos \omega_x \cos \omega_y \end{bmatrix}$$

Η αλλαγή συστήματος αναφοράς που συνήθως προκύπτει είναι μεταξύ του WGS'84 και ενός τοπικού συστήματος μιας και το σύνολο σχεδόν των τριγωνισμών πλέον γίνονται με GPS. Συνεπώς για να μεταβούμε από το σύστημα αναφοράς του GPS σε ένα τοπικό σύστημα πρέπει να γνωρίζουμε τις συνιστώσες μετάθεσης και τις γωνίες στροφής. Σε αντίθεση περίπτωση θα πρέπει να υπολογίσουμε τις άγνωστες παραμέτρους εφαρμόζοντας ένα μετασχηματισμό στις τρεις διαστάσεις μεταξύ των δύο συστημάτων.

Στις συνήθειες γεωδαιτικές εφαρμογές επειδή οι γωνίες στροφής είναι μικρές ο παραπάνω πίνακας απλοποιείται ως εξής :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Αντίστοιχα η σχέση 1.3 χρησιμοποιώντας την απλοποιημένη σχέση για τον πίνακα στροφής γίνεται :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ΤΣ}} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS}} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

Παράδειγμα : Μετασχηματισμός συντεταγμένων από το καρτεσιανό σύστημα αναφορά WGS' 84 στο προβολικό επίπεδο της προβολής μίας ζώνης TM'87 του ΕΓΣΑ' 87.

Στην περίπτωση όπου το τοπικό σύστημα είναι το ΕΓΣΑ'87 και οι απαιτήσεις μας σε ακρίβεια είναι της τάξης του μέτρου, σαν σχέση που συνδέει τα δύο συστήματα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ΕΓΣΑ'87}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS'84}} + \begin{bmatrix} 199.723 \\ -75.030 \\ -246.018 \end{bmatrix}$$

Τα συστήματα ΕΓΣΑ'87 και WGS'84 έχουν σχεδόν παράλληλους άξονες.

Το πρόβλημα μετασχηματισμού των παρατηρήσεων στο προβολικό επίπεδο TM'87 όταν οι αρχικές παρατηρήσεις προέρχονται από GPS εμφανίζεται αρκετά συχνά. Η μετατροπή των αρχικών συντεταγμένων

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ΕΓΣΑ'87}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS'84}} + \begin{bmatrix} 199.723 \\ -75.030 \\ -246.018 \end{bmatrix}$$

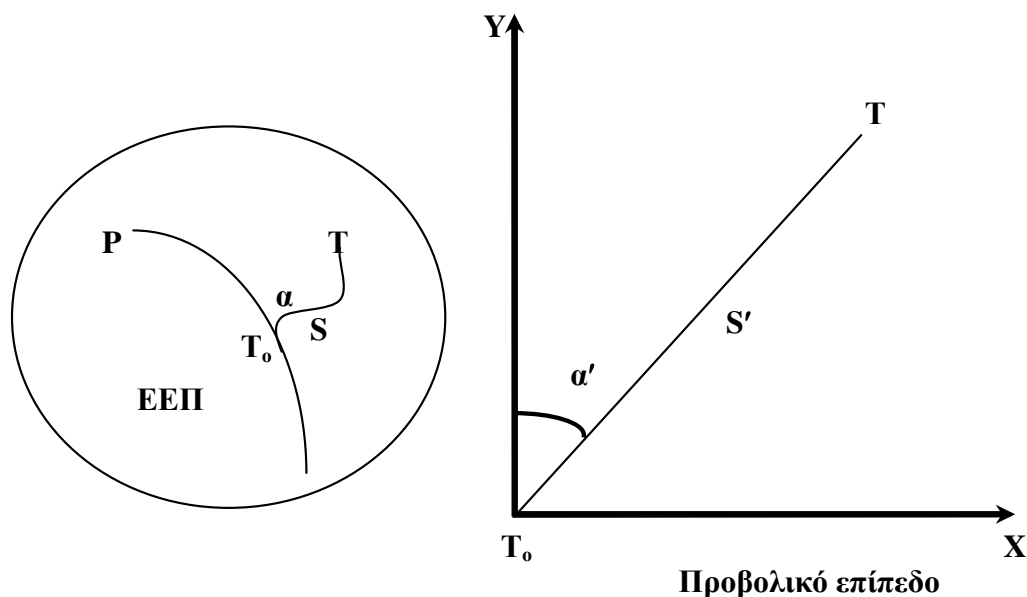
Τα συστήματα ΕΓΣΑ'87 και WGS'84 έχουν σχεδόν παράλληλους άξονες.

1.2 Προβολικά συστήματα.

Το ελλειψοειδές εκ' περιστροφής αποτελεί μια μαθηματική προσέγγιση της γήινης επιφάνειας αλλά είναι μια καμπύλη επιφάνεια που δεν μπορεί αποτυπωθεί απευθείας στο επίπεδο. Για να μπορέσουμε να αναπαραστήσουμε μια καμπύλη επιφάνεια όπως το ελλειψοειδές σε μια επίπεδη επιφάνεια όπως ο χάρτης θα πρέπει να προβληθεί στο επίπεδο ή σε μια αναπτυκτική επιφάνεια όπως ο κώνος και ο κύλινδρος. Οι κυριότερες προβολές που χρησιμοποιούνται μέχρι και σήμερα στον ελληνικό χώρο περιγράφονται στην συνέχεια.

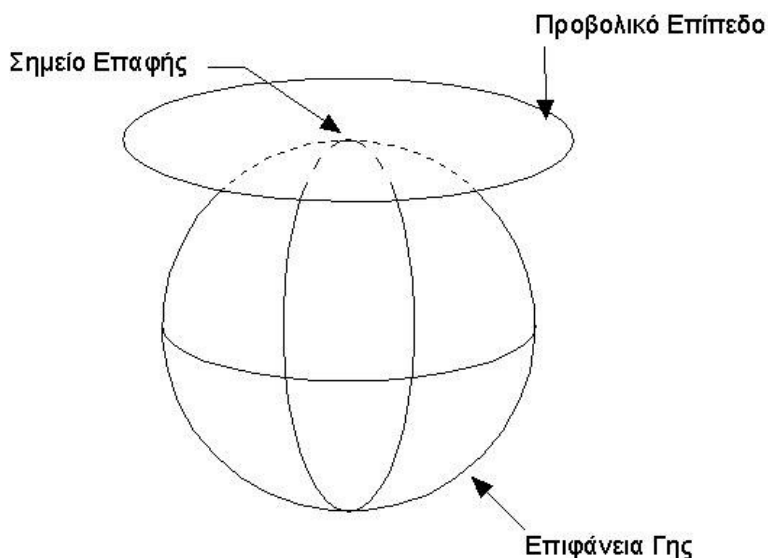
1.2.1 Προβολή Hatt.

Έστω δύο σημεία στο ΕΕΠ, T_0 (φ_0, λ_0) και T (φ, λ) που ενώνονται από την γεωδαισιακή γραμμή S και με γεωδαιτικό αζιμούθιο α (Σχήμα 1.4). Θεωρούμε ένα επίπεδο εφαπτόμενο του ΕΕΠ στο σημείο T_0 . Στο επίπεδο αυτό ορίζουμε ένα σύστημα ορθογωνίων καρτεσιανών συντεταγμένων (x, y) με αρχή το σημείο T_0 , άξονα των y να εφάπτεται στο μεσημβρινό του ΕΕΠ στο σημείο T_0 και άξονα των x να είναι κάθετος στον άξονα των y .



Σχήμα 1.4. Προβολή γεωδαιτικού αζιμουθίου και γεωδαισιακής γραμμής από το ΕΕΠ στο επίπεδο (προβολή HATT).

Ένα τυχόν σημείο T του ΕΕΠ, προβάλλεται στο επίπεδο έτσι ώστε η εικόνα S' της γεωδαισιακής γραμμής και η εικόνα α' του αζιμουθίου να παραμένουν αναλλοίωτα, δηλαδή ίσα με τα αντίστοιχα στο ΕΕΠ. Ο Ελληνικός χώρος, στο ΕΕΠ του Bessel που είναι το ΕΕΠ αναφοράς για το Ελληνικό Datum, υποδιαιρείται σε σφαιροειδή τραπέζια πλευρών $30' \times 30'$ («μεγάλα φύλλα»), σε κάθε ένα από αυτά έχουμε ένα κέντρο T_0 όπως αυτό ορίζεται από την τομή του κεντρικού μεσημβρινού και παραλλήλου. Ο μεσημβρινός αφετηρίας είναι ο μεσημβρινός του βάθρου του αστεροσκοπείου Αθηνών. Τα σφαιροειδή τραπέζια, αντιστοιχούν σε 130 φύλλα - χάρτη, με κέντρα τις εικόνες τους T_0 κλίμακας 1:10000. Κάθε φύλλο έχει το δικό του σύστημα, με κέντρο που έχει γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ_0, λ_0) ακέραιες μοίρες πλέον $15'$ ή πλέον $45'$.



Σχήμα 1. 5. Επίπεδη ή αζιμουθιακή προβολή.

Για τον υπολογισμό των συντεταγμένων στο χαρτογραφικό επίπεδο όταν δίνονται οι συντεταγμένες φ , λ και h στο ελλειψοειδές οι εξισώσεις είναι (βλ. π.χ. Φωτίου 2007, Λιβιεράτος - Φωτίου 1993):

$$\begin{aligned}
 x = & N_o \cos \varphi_o \Delta \lambda - \rho_o \sin \varphi_o \Delta \lambda \Delta \varphi \\
 & - \frac{\rho_o \cos \varphi_o}{6} (2 + 9e'^2 \sin^2 \varphi_o) \Delta \lambda \Delta \lambda^2 \\
 & - \frac{N_o \cos \varphi_o \sin^2 \varphi_o}{6} \Delta \lambda^3 - \frac{N_o \sin \varphi_o (1 - 2 \sin^2 \varphi_o)}{6} \Delta \lambda^3 \Delta \varphi
 \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned}
 y = & \rho_o \Delta \varphi + \frac{N_o \cos \varphi_o \sin \varphi_o}{2} \Delta \lambda^2 + \frac{3e'^2 \rho_o^2 \sin \varphi_o \cos \varphi_o}{2N_o} \Delta \lambda^2 + \\
 & + \frac{\rho_o (1 - 4 \sin^2 \varphi_o + e'^2 \cos^4 \varphi_o)}{6} \Delta \varphi \Delta \lambda^2 + \frac{e'^2 \rho_o (1 - 2 \sin^2 \varphi_o)}{2} \Delta \varphi^3 + \\
 & + \frac{N_o \sin \varphi_o \cos \varphi_o (1 - 2 \sin^2 \varphi_o)}{24} \Delta \lambda^4 - \frac{N_o \sin \varphi_o \cos \varphi_o}{3} \Delta \varphi^2 \Delta \lambda^2
 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Για τον υπολογισμό των γεωδαιτικών συντεταγμένων φ , λ και h όταν δίνονται οι συντεταγμένες x και y στο χαρτογραφικό επίπεδο οι εξισώσεις είναι (βλ. π.χ. Φωτίου 2007, Λιβιεράτος - Φωτίου 1993):

$$\begin{aligned}
\varphi - \varphi_0 = & \frac{y}{\rho_0} - \frac{\tan \varphi_0}{2\rho_0 N_0} x^2 - \frac{3e'^2 \sin 2\varphi_0}{4\rho_0 N_0} y^2 - \\
& \frac{1 + 3 \tan^2 \varphi_0 - e'^2 (1 - 10 \sin^2 \varphi_0)}{6\rho_0 N_0^2} x^2 y - \\
& \frac{(1 - 2 \sin^2 \varphi_0) e'^2}{2\rho_0^2 N_0} y^3 + \tan \varphi_0 \left(\frac{1 + 3 \tan^2 \varphi_0}{24\rho_0^2 N_0^2} \right) x^4 - \\
& \tan \varphi_0 \left(\frac{2 + 3 \tan^2 \varphi_0}{6\rho_0^2 N_0^2} \right) x^2 y^2
\end{aligned} \tag{1.11}$$

$$\begin{aligned}
\lambda - \lambda_0 = & \frac{x}{N_0 \cos \varphi_0} + \frac{\tan \varphi_0}{N_0^2 \cos \varphi_0} xy - \frac{\tan^2 \varphi_0}{3N_0^3 \cos \varphi_0} x^3 + \\
& \frac{1 + 3 \tan^2 \varphi_0 + e'^2 \cos^2 \varphi_0}{3N_0^3 \cos \varphi_0} xy^2 + \\
& \frac{\tan \varphi_0 (2 + 3 \tan^2 \varphi_0)}{3N_0^4 \cos \varphi_0} xy^3 - \frac{\tan \varphi_0 (1 + 3 \tan^2 \varphi_0)}{3N_0^4 \cos \varphi_0} x^3 y
\end{aligned} \tag{1.12}$$

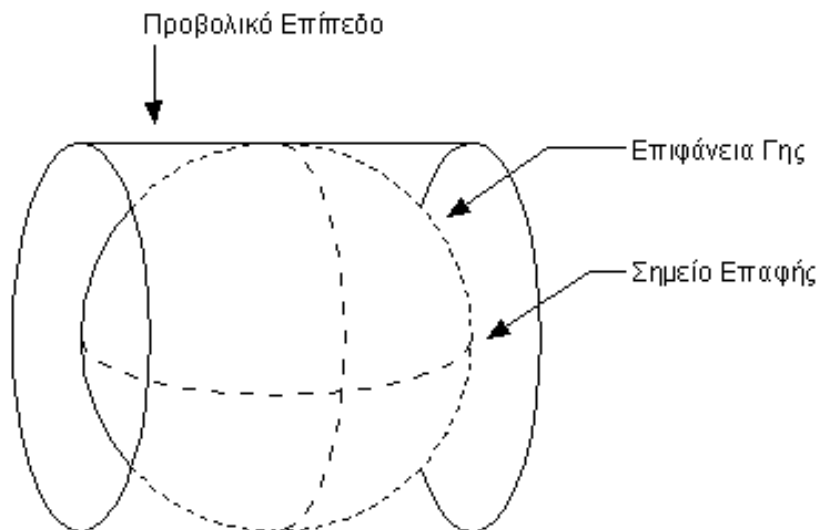
Στις παραπάνω σχέσεις φ_0 και λ_0 είναι οι γεωδαιτικές συντεταγμένες στο κέντρο του φύλλου ρ_0 , N_0 οι ακτίνες καμπυλότητας και της μεσημβρινής και πρώτης κάθετης τομής αντίστοιχα υπολογισμένες στα φ_0 και λ_0 . Η εξίσωση της πρώτης κάθετης τομής δίνεται από την σχέση 1.2 ενώ της μεσημβρινής τομής από τον τύπο:

$$\rho_0 = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi)^3}} \tag{1.13}$$

1.2.2 Η Εγκάρσια Μερκατορική Προβολή.

Αν θεωρήσουμε την γη σαν μια σφαίρα η οποία να περιβάλλεται από ένα κύλινδρο, έτσι ώστε ο κύλινδρος να εφάπτεται κατά μήκος ενός μέγιστου κύκλου και συνεπώς ο άξονας του να είναι κάθετος με την διεύθυνση της ευθείας που ενώνει τους δύο πόλους της σφαίρας ή να ταυτίζεται με μια διεύθυν-

ση διαμέτρου του ισημερινού κύκλου της σφαίρας. Προβάλουμε όλα τα σημεία της σφαίρας πάνω στον κύλινδρο κατά τις προεκτάσεις των ευθειών τους από το κέντρο της σφαίρας και αναπτύσσουμε τον κύλινδρο σε ένα επίπεδο γύρω από μια γενέτειρά του. Ο κύλινδρος επειδή είναι αναπτυκτή επιφάνεια έχει ως συνέπεια τα σημεία να μην έχουν καμιά παραμόρφωση κατά την ανάπτυξή του. Αυτή είναι μια σύμμορφη απεικόνιση της σφαίρας σε ένα επίπεδο.



Σχήμα 1. 6. Εγκάρσια Μερκατορική Προβολή.

Στο προβολικό αυτό επίπεδο ιδρύουμε ένα σύστημα ορθογωνίων καρτεσιανών συντεταγμένων με άξονα των y να ταυτίζεται με τον μέγιστο κύκλο επαφής και ο οποίος προβάλλεται ως ευθεία και άξονα των x τον ισημερινό, ο οποίος επίσης προβάλλεται ως ευθεία και είναι κάθετος στον άξονα των y . Η αρχή του συστήματος είναι η τομή του κεντρικού μεσημβρινού με τον ισημερινό.

Αν αντί για σφαίρα χρησιμοποιήσουμε ένα ΕΕΠ, τότε για μια ζώνη ο κύλινδρος θα εφάπτεται σε ένα σημείο του κεντρικού μεσημβρινού που στο ΕΕΠ δεν είναι κύκλος αλλά έλλειψη. Οι παράλληλοι προβάλλονται ως καμπύλες γραμμές με τα κυρτά να στρέφονται προς τον ισημερινό, ενώ οι μεσημβρινοί ως καμπύλες γραμμές με τα κοίλα να στρέφονται προς τον κεντρικό μεσημβρινό και αποκλίνοντας απ' αυτόν τόσο όσο περισσότερο απέχουν.

Οι σχέσεις με τις οποίες υπολογίζουμε τις συντεταγμένες (E,N) στην Μερκατορική προβολή είναι :

$$\begin{aligned}
 N &= m_0 S_\varphi \\
 &+ m_0 N \left[\frac{\Delta\lambda^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{\Delta\lambda^4}{24} \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \right. \\
 &+ \frac{\Delta\lambda^6}{720} \sin \varphi \cos^5 \varphi \cdot (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330t^2\eta^2 + 445\eta^4 \\
 &+ 324\eta^6 - 680t^2\eta^4 + 88\eta^8 - 600t^2\eta^6 - 192t^2\eta^8) \\
 &\left. + \frac{\Delta\lambda^8}{40230} \sin \varphi \cos^7 \varphi (1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6) \right] \quad (1. 14)
 \end{aligned}$$

και

$$E = E' + c$$

όπου

$$\begin{aligned}
 E' &= m_0 N \left[\Delta\lambda \cos \varphi + \frac{\Delta\lambda^3 \cos^3 \varphi}{6} (1 - t^2 + \eta^2) \right. \\
 &+ \frac{\Delta\lambda^5 \cos^5 \varphi}{120} (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58t^2\eta^2 + 13\eta^4 + 4\eta^6 \\
 &\left. - 64t^2\eta^4 - 24t^2\eta^6) + \frac{\Delta\lambda^7 \cos^7 \varphi}{5040} (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6) \right] \quad (1. 15)
 \end{aligned}$$

με $c=200000$ ή $c=500000$

$$t = \tan \varphi$$

$$\eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$

Για τις συντεταγμένες (φ, λ) οι σχέσεις υπολογισμού είναι:

$$\begin{aligned}
\varphi = \varphi' - \frac{t'}{2\rho'N'm_0^2} E'^2 + \frac{t'}{24\rho'N'^3m_0^4} E'^4 (5 + 3t'^2 + \eta'^2 - 4\eta'^4 - 9t'^2\eta'^2) \\
- \frac{t'}{720\rho'N'^5m_0^6} E'^6 (61 + 90t'^2 + 45t'^4 + 46\eta'^2 - 252t'^2\eta'^2 - 3\eta'^4 + 100\eta'^6 \\
- 66t'^2\eta'^4 - 90t'^4\eta'^2 + 88\eta'^8 + 225t'^4\eta'^4 + 84t'^2\eta'^6 - 192t'^2\eta'^8) \\
+ \frac{t'}{40320\rho'N'^7m_0^8} E'^8 (1385 + 3633t'^2 + 4095t'^4 + 1575t'^6)
\end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned}
\lambda = \lambda_0 + \sec \left[\frac{E'}{N'm_0} - \frac{1}{6} \left(\frac{E'}{N'm_0} \right)^3 (1 + 2t'^2 + \eta'^2) \right. \\
+ \frac{1}{120} \left(\frac{E'}{N'm_0} \right)^5 (5 + 6\eta'^2 + 28t'^2 - 3\eta'^4 + 8t'^2\eta'^2 \\
+ 24t'^4 - 4\eta'^6 + 4t'^2\eta'^4 + 24t'^2\eta'^6) \\
\left. - \frac{1}{5040} \left(\frac{E'}{N'm_0} \right)^7 (61 + 662t'^2 + 1320t'^4 + 720t'^6) \right]
\end{aligned} \quad (1.17)$$

όπου ρ' , N' οι ακτίνες καμπυλότητας για πλάτος φ' και

$$t' = \tan \varphi'$$

$$\eta' = e'^2 \cos^2 \varphi'$$

Για τον υπολογισμό της συντεταγμένης N η παράμετρος S_φ που εμφανίζεται στη σχέση 1.14 είναι το αληθινό μήκος τόξου μεσημβρινού στο ΕΕΠ. Για τις προβολές με παράλληλο αφετηρίας τον ισημερινό ($\varphi=0^\circ$) υπολογίζεται από την από την εξίσωση:

$$S_\varphi = k \left(A_0\varphi + A_1\sin 2\varphi + \frac{A_2}{2}\sin 4\varphi + \frac{A_3}{3}\sin 6\varphi \right) \quad (1.18)$$

Ενώ για προβολές που δεν έχουν παράλληλο αφετηρίας τον ισημερινό δίνεται από την εξίσωση:

$$S_{\varphi} = k \left(A_0 \Delta\varphi + 2A_1 \sin\Delta\varphi \cdot \cos 2\bar{\varphi} + A_2 \sin 2\Delta\varphi \cdot \cos 4\bar{\varphi} + \frac{2}{3} A_3 \sin 3\Delta\varphi \cdot \cos 6\bar{\varphi} \right) \quad (1.19)$$

με $\Delta\varphi = \varphi - \varphi^\circ$ και $\bar{\varphi} = \frac{\varphi - \varphi^\circ}{2}$

Οι παράμετροι A_i και k παίρνουν διαφορετικές τιμές ανάλογα με το ελλειψοειδές αναφοράς. Οι συντελεστές για τα ελλειψοειδή GRS'80 και Bessel που χρησιμοποιούνται στην Ελλάδα δίνονται στους πίνακες 1.2 και 1.3 αντίστοιχα.

Πίνακας 1. 2. Συντελεστές υπολογισμού του μήκους τόξου μεσημβρινού για το ΕΕΠ του GRS '80.

k	A_0	A_1	A_2	A_3
6367408.748	1.000006345	-2.5188441E-3	5.2871167E-6	-1.0357890E-8

Πίνακας 1. 3. Συντελεστές υπολογισμού του μήκους τόξου μεσημβρινού για το ΕΕΠ του Bessel.

k	A_0	A_1	A_2	A_3
6366702.369	1.000006307	-2.5112904E-3	5.2554532E-6	-1.0281250E-8

1.2.3 Τα γεωδαιτικά συστήματα στην Ελλάδα.

Στην Ελλάδα χρησιμοποιούνται σήμερα τέσσερα γεωδαιτικά συστήματα. Το παλαιότερο και πιο χρησιμοποιημένο σύστημα είναι το Ελληνικό Datum σε προβολή Hatt. Σε αυτό το σύστημα αναφέρονται τα κτηματογραφικά διαγράμματα της Τοπογραφικής Υπηρεσίας του Υπουργείου Γεωργίας (μικρά φύλλα), αλλά και χρησιμοποιήθηκε και από την ΓΥΣ (μεγάλα φύλλα). Λόγω του ότι τα διαγράμματα της Τοπογραφικής Υπηρεσίας αποτελούν μια σημαντική αναφορά για το ιδιοκτησιακό καθεστώς των αγροτεμαχίων και των

ρυμοτομικών σχεδίων των αγροτικών περιοχών, το συγκεκριμένο γεωδαιτικό σύστημα χρησιμοποιείται αρκετά μέχρι και σήμερα.

Το 1982 στα πλαίσια της ΕΠΑ (Επιχείρηση Πολεοδομικής Ανασυγκρότησης) από το Υπουργείο ΠΕΧΩΔΕ χρησιμοποιήθηκε η προβολή TM 3° (τρεις ζώνες) με αναφορά το Ελληνικό Datum. Το Ευρωπαϊκό Datum με την προβολή UTM (δύο ζώνες) η οποία χρησιμοποιείται κυρίως από την ΓΥΣ για τις ανάγκες του Στρατού. Το 1987 ο Ο.Κ.Χ.Ε. σε συνεργασία με την Γεωδαιτική και Γεωφυσική Επιτροπή του Κράτους (ΓΓΕΚ) ίδρυσε ένα νέο γεωδαιτικό σύστημα το ΕΓΣΑ 87 με προβολή την Εγκάρσια Μερκατορική με κεντρικό μεσημβρινό 24°. Το νέο αυτό σύστημα χρησιμοποιεί ο Οργανισμός Κτηματολογίου και Χαρτογραφίσεων (ΟΚΧΕ).

Στην Ελλάδα χρησιμοποιούνται τρεις παραλλαγές της εγκάρσιας μερκατορικής προβολής.

1. Η Εγκάρσια μερκατορική προβολή ζώνης 3° (TM 3 °)

Η προβολή TM 3° είναι μια παραλλαγή της εγκάρσιας μερκατορικής προβολής. Έχει μέτρο γραμμική παραμόρφωσης $m_0=0.9999$, εύρος ζώνης 3° με αναφορά το Ελληνικό Datum και το ελλειψοειδές του Bessel και σταθερή ποσότητα $c=200000$. Η αφετηρία των λ είναι ο μεσημβρινός του βάθρου του Αστεροσκοπείου Αθηνών. Ο Ελλαδικός χώρος διαιρείται σε τρεις που είναι :

1. Η Δυτική με κεντρικό μεσημβρινό $\lambda_0=-3^\circ$
2. Η Κεντρική με κεντρικό μεσημβρινό $\lambda_0=0^\circ$
3. Η Ανατολική με κεντρικό μεσημβρινό $\lambda_0=3^\circ$

Άξονας των τετμημένων θεωρείται η εφαπτόμενη στον παράλληλο αφετηρίας με $\varphi_0 = 34^\circ$.

2. Η Εγκάρσια μερκατορική μιας ζώνης (TM'87).

Η προβολή TM'87 χρησιμοποιείται παράλληλα με το νέο Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς (ΕΓΣΑ'87) και το ελλειψοειδές εκ' περιστροφής GRS'80, με κεντρικό μεσημβρινό $\lambda=24^\circ$ και άξονα τετμημένων τον ισημερινό. Το μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης είναι $m_0=0.9996$ και η σταθερή ποσότητα $c=500000$. Η προβολή TM'87 είναι το προβολικό σύστημα που

χρησιμοποιείται από τον ΟΚΧΕ για την δημιουργία του Ελληνικού Κτηματολογίου.

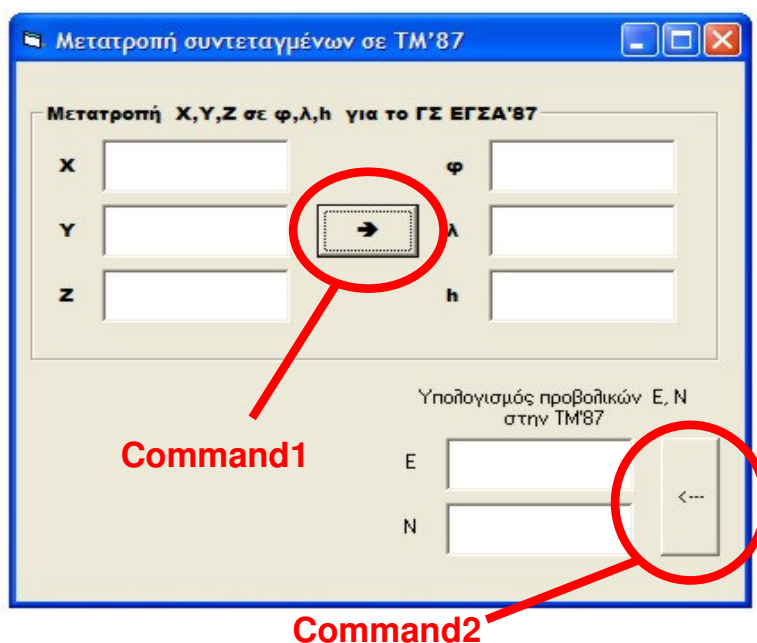
3. Η προβολή UTM.

Η UTM στην Ελλάδα εφαρμόζεται σε συνδυασμό με το Ευρωπαϊκό Datum (ED'50) και το ΕΕΠ του Hayford. Ο Ελληνικός χώρος περιλαμβάνεται από τις ζώνες 34 και 35 με κεντρικούς μεσημβρινούς $\lambda=21^\circ$ και $\lambda=27^\circ$ αντίστοιχα. Το μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης είναι $m_0=0.9996$ και η σταθερή ποσότητα $c=500000$. Ο άξονας των τετμημένων θεωρείται η εφαπτόμενη στον ισημερινό.



Πρόγραμμα υπολογισμού των προβολικών συντεταγμένων στην TM'87 από τις καρτεσιανές συντεταγμένες X, Y, Z στο ΕΓΣΑ'87.

Στο πρόγραμμα χρησιμοποιήθηκαν οι εξισώσεις 1.1 για την μετατροπή των καρτεσιανών συντεταγμένων σε γεωδαιτικές και οι εξισώσεις 1.14 και 1.15 της εγκάρσιας μερκατορικής προβολής για τον υπολογισμό των προβολικών συντεταγμένων στο επίπεδο TM'87. Το μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης είναι $m_0=0.9996$, η σταθερά $c=500000$, ο κεντρικός μεσημβρινός $\lambda_0=24^\circ$ και το αληθινό μήκος τόξου μεσημβρινού υπολογίζεται από την σχέση 1.18.



- Προσθήκη κώδικα στο κουμπί Command1 για την μετατροπή των αρχικών καρτεσιανών συντεταγμένων του ΕΓΣΑ'87 σε γεωδαιτικές συντεταγμένες στο GRS'80.

Private Sub Command1_Click()

Const pi = 3.14159265358979

'Μετατροπή των καρτεσιανών συντεταγμένων στο ΕΓΣΑ'87

'σε γεωδαιτικές φ, λ, h με ΕΕΠ αναφοράς το GRS'80

Dim err As Double

Dim Ftemp, f1 As Double

Dim N, e1, e As Double

Dim conversion_factor As Double

Dim test As Double

' Σταθερές ΕΕΠ GRS'80

Const a = 6378137

Const b = 6356752.31414

'Απόδοση αρχικών τιμών

err = 1

'Υπολογισμός εκκεντρότητας e²

$$e = (a^2 - b^2) / a^2$$

'Υπολογισμός δεύτερης εκκεντρότητας e'²

$$e1 = (a^2 - b^2) / b^2$$

'Υπολογισμός αρχικής τιμής για το φ

$$Ftemp = \text{Atn}(Z * (1 + e1) / \text{Sqr}(X^2 + Y^2))$$

'Υπολογισμός φ με συναρτησιακές επαναλήψεις

Do Until (err < 0.000000001)

 'Υπολογισμός ακτίνας καμπυλότητας της πρώτης καθέτου τομής για κάθε φ

$$N = a / \text{Sqr}(1 - e * \text{Sin}(Ftemp)^2)$$

$$f1 = \text{Atn}((Z + e * N * \text{Sin}(Ftemp)) / \text{Sqr}(X^2 + Y^2))$$

$$\text{err} = \text{Abs}(f1 - Ftemp)$$

$$Ftemp = f1$$

Loop

'Συντελεστής μετατροπής σε δεκαδικές μοίρες

$$\text{conversion_factor} = 180\# / \text{pi}$$

'Μετατροπή των φ και λ σε δεκαδικές μοίρες

$$F = Ftemp * \text{conversion_factor}$$

' Υπολογισμός του λ

$$L = \text{Atn}(Y / X) * \text{conversion_factor}$$

' Υπολογισμός του h

$$h = (Z / \text{Sin}(Ftemp)) - (1 - e) * N$$

End Sub

- Προσθήκη κώδικα στο κουμπί **Command2** για την μετατροπή των γεωδαιτικών συντεταγμένων του ΕΓΣΑ'87 σε προβολικές συντεταγμένες στην TM'87.

Private Sub Command2_Click()

$$\text{Const pi} = 3.14159265358979$$

'Μετατροπή των φ και λ σε προβολικές συντεταγμένες E,N στην TM'87

Dim err As Double

Dim Ftemp, f1 As Double

Dim Nr, Ec1 As Double

Dim e1, e, Sf As Double

Dim conversion_factor As Double

Dim dL, eta, t As Double

'Σταθερές ΕΕΠ GRS'80

Const a = 6378137

Const b = 6356752

'Συντελεστής παραμόρφωσης μο για την TM'87

Const m0 = 0.9996

'Συντελεστής μετατροπής σε rad

conversion_factor = pi / 180#

'Υπολογισμός εκκεντρότητας e²

e = (a ^ 2 - b ^ 2) / a ^ 2

'Υπολογισμός δεύτερης εκκεντρότητας e'²

e1 = (a ^ 2 - b ^ 2) / b ^ 2

Frad = F * conversion_factor

Nr = a / Sqr(1 - e * Sin(Frad) ^ 2)

'Υπολογισμός παραμέτρων t, Δλ και η²

dL = (L - 24) * conversion_factor

t = Tan(Frad)

eta = e1 * Cos(Frad) ^ 2

'Υπολογισμός του E

Ec1 = m0 * Nr * (dL * Cos(Frad) + (1 - t ^ 2 + eta) * (dL ^ 3 * Cos(Frad) ^ 3) /
6 + (5 - 18 * t ^ 2 + t ^ 4 + 14 * eta - 58 * t ^ 2 * eta + 13 * eta ^ 2 + 4 * eta ^ 3
- 64 * t ^ 2 * eta ^ 2 - 24 * t ^ 2 * eta ^ 3) * (dL ^ 5 * Cos(Frad) ^ 5) / 120 +
(61 - 479 * t ^ 2 + 179 * t ^ 4 - t ^ 6) * (dL ^ 7 * Cos(Frad) ^ 7) / 5040)

Ec = Ec1 + 500000

'Υπολογισμός του μήκους τόξου μεσημβρινού

Sf = 6367408.748 * (1.000006345 * Frad - Sin(2 * Frad) * 0.0025188441 +
Sin(4 * Frad) * (0.0000052871167 / 2) - Sin(6 * Frad) * (0.00000001035789 /
3))

'Υπολογισμός του N

Nc = m0 * Sf + m0 * Nr * ((dL ^ 2 / 2) * Sin(Frad) * Cos(Frad) + (dL ^ 4 / 24)
* Sin(Frad) * Cos(Frad) ^ 3 * (5 - t ^ 2 + 9 * eta + 4 * eta ^ 2) + (dL ^ 6 / 720)
* Sin(Frad) * Cos(Frad) ^ 5 * (61 - 58 * t ^ 2 + t ^ 4 + 270 * eta - 330 * t ^ 2 *
eta + 445 * eta ^ 2 + 324 * eta ^ 3 - 680 * t ^ 2 * eta ^ 2 + 88 * eta ^ 4 - 600 * t
^ 2 * eta ^ 3 - 192 * t ^ 2 * eta ^ 4) + (dL ^ 8 / 40320) * Sin(Frad) * Cos(Frad)
^ 7 * (1385 - 3111 * t ^ 2 + 543 * t ^ 4 - t ^ 6))

End Sub

Το παραπάνω πρόγραμμα μπορεί να τροποποιηθεί ώστε να δίνει τις συντεταγμένες στο προβολικό σύστημα TM'3 εισάγοντας τις παραμέτρους του ελλειψοειδούς του Bessel:

$$a = 6377397.155$$

$$b = 6356078.963$$

Το μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης για την TM 3° $m_0 = 0.9999$ και την σταθερά $c = 200000$ ($E = E' + 200000$), όπου λ_0 θέτουμε $-3, 0$ ή 3 ανάλογα με την ζώνη. Το αληθινό μήκος τόξου μεσημβρινού υπολογίζεται από τη σχέση 1.19 για τις προβολές που δεν έχουν παράλληλο αφετηρίας τον ισημερινό.

1.3 Αναγωγή μετρήσεων από την γήινη επιφάνεια στο ΕΕΠ.

Αν και η επιφάνεια του ελλειψοειδούς αποτελεί μια καλή προσέγγιση της γήινης επιφάνειας εν τούτοις δεν μπορούμε να αποφύγουμε τις παραμορφώσεις που υφίστανται τα διάφορα μεγέθη που μετρούνται στο πεδίο. Για το λόγο αυτό είμαστε αναγκασμένοι να ανάγουμε πάντα τις παρατηρήσεις του πεδίου στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς.

Επειδή οι αναγωγές γωνιών και διευθύνσεων δεν εφαρμόζονται πλέον (παρά μόνο σε συγκεκριμένες περιπτώσεις) γιατί οι τριγωνισμοί γίνονται με χρήση GPS, στη συνέχεια θα αναφερθούμε μονό στις αναγωγές των αποστάσεων που είναι πιο το πλέον σύνηθες στην Τοπογραφία.

1.3.1 Αναγωγή απόστασης.

Αν SD η μετρημένη κεκλιμένη απόσταση στον χώρο, τότε η αναχθείσα απόσταση στο προβολικό επίπεδο θα δίνεται από τις σχέσεις:

i. Αναγωγή κλίσης.

$$\Delta_K = \sqrt{SD^2 - \Delta h^2} - SD \quad (1.20)$$

Όπου $\Delta h = h_2 - h_1$ και $HD = \eta$ οριζόντια απόσταση

ii. Αναγωγή στη χορδή.

$$\Delta_x = \frac{HD}{\sqrt{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right)\left(1 + \frac{h_2}{R}\right)}} - HD \quad (1.21)$$

Για αποστάσεις μικρότερες των 10 km η παραπάνω σχέση μπορεί να απλοποιηθεί:

$$\Delta_x = HD \left(1 - \frac{\bar{h}}{R}\right) - HD \quad (1.22)$$

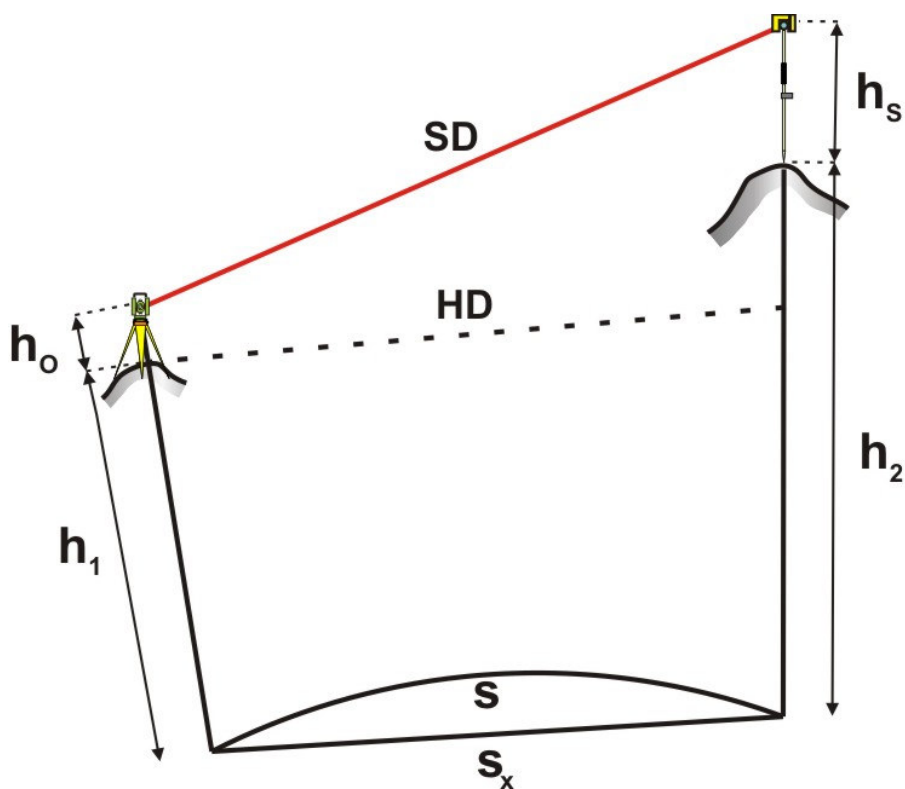
Όπου $\bar{h} = \frac{h_2 - h_1}{2}$

iii. Αναγωγή στο τόξο.

$$\Delta_T = 2R \arcsin\left(\frac{S_x}{R}\right) - S_x$$

Τελικά η απόσταση πάνω στο ελλειψοειδές θα προκύπτει από την αρχική κεκλιμένη απόσταση SD αν προστεθούν οι επιμέρους αναγωγές δηλαδή:

$$S = SD + \Delta_K + \Delta_X + \Delta_T \quad (1.23)$$



Σχήμα 1. 7. Αναγωγή απόστασης στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς.

1.4 Αναγωγή από το ΕΕΠ στο επίπεδο προβολής.

Αφού αναχθούμε στο ελλειψοειδές στη συνέχεια απαιτείται να αναχθούμε στο προβολικό επίπεδο. Τα προβολικά συστήματα που χρησιμοποιούνται στην Ελλάδα με τις παραλλαγές τους είναι δύο, η εγκάρσια μερκατορική προβολή και η προβολή Hatt (βλ. κεφάλαιο 1.2.3). Η αναγωγές των αποστάσεων στο προβολικό επίπεδο είναι απαραίτητες κυρίως για την εγκάρσια μερκατορική προβολή.

1.4.1 Αναγωγή απόστασης στην προβολή Hatt.

Όταν δουλεύουμε στην προβολή Hatt τότε λόγω της ιδιότητας της προβολής οι γωνιακές αναγωγές δεν υπερβαίνουν το 1", γι' αυτό στην πράξη αγνοούνται. Οι αποστάσεις ανάγονται σύμφωνα με τον τύπο:

$$S' = \left(1 + \frac{S_{oi}^2}{\bar{R}^2} \sin^2 \gamma_{oij} \right) S_{ij} = m_{ij} S_{ij} \quad (1.24)$$

όπου S' η αναχθείσα απόσταση, S_{oi} η απόσταση του ενός από τα σημεία από το κέντρο του φύλλου, \bar{R} η μέση ακτίνα Gauss υπολογισμένη στο κέντρο φύλλου T_o και m_{ij} ο συντελεστής αναγωγής της απόστασης.

1.4.2 Αναγωγή απόστασης στην Εγκάρσια Μερκατορική προβολή (Transverse Mercator, TM)

Στην Εγκάρσια Μερκατορική προβολή οι αναγωγές των μετρούμενων αποστάσεων είναι απαραίτητες λόγω των μεγάλων τιμών παραμόρφωσης κυρίως στα άκρα του φύλλου. Η αναχθείσα απόσταση S' δίνεται από την σχέση :

$$S' = m_{ij} S \quad (1.25)$$

όπου m_{ij} ο συντελεστής αναγωγής και υπολογίζεται από τις προβολικές συντεταγμένες:

$$m_{ij} = m_o \left[1 + \frac{E_i'^2 + E_i' E_j' + E_j'^2}{6m_o^2 R^2} \left(1 + \frac{E_i'^2 + E_i' E_j' + E_j'^2}{36m_o^2 R^2} \right) \right] \quad (1.26)$$

όπου R η ακτίνα που υπολογίζεται στο μέσο πλάτος.

Στις συνήθεις τοπογραφικές εφαρμογές η χρήση της εξίσωσης 1.26 είναι περιττή, προτιμότερο είναι να χρησιμοποιηθεί η απλοποιημένη σχέση 1.27

$$m = m_o \left(1 + \frac{E_m'^2}{2R^2 m_o^2} \right) \quad (1.27)$$

Όπου E_m' ένα μέσο E' της περιοχής μελέτης

Παράδειγμα: Για την κατασκευή μίας κοιλαδογέφυρας μετρήθηκαν (με EDM) μεταξύ άλλων και για λόγους ελέγχου οι αποστάσεις μεταξύ τριγωνομετρικών σημείων όπως πχ. $S_{ΑΓ}=4921.048$ m και $S_{ΒΔ}=8089.731$ m. Για το σκοπό αυτό δίνονται οι συντεταγμένες των Α, Β, Γ και Δ στην ΤΜ '87 του ΕΓΣΑ '87.

$$E_A = 526125.43 \quad , \quad N_A = 4510356.26$$

$$E_B = 532234.76 \quad , \quad N_B = 4506417.48$$

$$E_\Gamma = 530000.16 \quad , \quad N_\Gamma = 4513348.44$$

$$E_\Delta = 539222.54 \quad , \quad N_\Delta = 4510482.03$$

Επίσης δίνονται και τα αντίστοιχα ορθομετρικά υψόμετρα $H_A=500$ m, $H_B=100$ m, $H_\Gamma=400$ m και $H_\Delta=175$ m καθώς και οι τιμές των αποχών του γεωειδούς όπου $N_A=N_\Gamma=42$ m και $N_B=N_\Delta=40$ m. Να υπολογιστούν οι αναγωγές των αποστάσεων $S_{ΑΓ}$, $S_{ΒΔ}$ στο προβολικό επίπεδο της ΤΜ '87.

Απάντηση: Για την απόσταση $S_{ΑΓ}$ έχουμε ως εξής:

$$\text{Διόρθωση στο ΕΕΠ} = -1.396 \text{ m}$$

$$\text{Από το ΕΕΠ στο Π.Ε} = -1.920 \text{ m}$$

$$\text{Ολική διόρθωση} = -3.316 \text{ m.}$$

Αναχθείσα απόσταση $S_{ΑΓ} = 4917.732$ m

Για την απόσταση $S_{ΒΔ}$ έχουμε ως εξής:

$$\text{Διόρθωση στο ΕΕΠ} = -0.572 \text{ m}$$

$$\text{Από το ΕΕΠ στο Π.Ε} = -3.108 \text{ m}$$

$$\text{Ολική διόρθωση} = -3.681 \text{ m.}$$

Αναχθείσα απόσταση $S_{ΒΔ} = 8086.050$ m



Αναγωγή των αποστάσεων πολυγωνικής οδεύσης

Συχνά παρατηρείται το φαινόμενο οδεύσεις που έχουν μετρηθεί στο πεδίο να παρουσιάζουν μεγάλο γραμμικό σφάλμα πάνω από τα όρια που προβλέπονται από τις προδιαγραφές. Αν αποκλείσουμε την περίπτωση κακής ποιότητας μετρήσεων και συστηματικών ή χονδροειδών σφαλμάτων, θα πρέπει να ελέγξουμε αν το πρόγραμμα επίλυσης κάνει τις απαραίτητες

αναγωγές στις αποστάσεις στο ελλειψοειδές και το προβολικό σύστημα. Αν το πρόγραμμα δεν περιλαμβάνει μια τέτοια διαδικασία τότε θα πρέπει να υπολογίσουμε ένα μέσο συντελεστή αναγωγής για την περιοχή μελέτης και να πολλαπλασιάσουμε όλες τις αποστάσεις της όδευσης με αυτόν.

Το πρόβλημα αναγωγής των αποστάσεων εμφανίζεται αρκετά συχνά στη εγκάρσια μερκατορική προβολή όπου οι παραμορφώσεις είναι μεγάλες, ενώ στην προβολή Hatt για μικρές αποστάσεις είναι πρακτικά ασήμαντες. Επίσης η αναγωγή γωνιών και αζιμουθίων είναι περιττή και για τις δύο προβολές στη περίπτωση των οδεύσεων.

2 Μετασχηματισμοί στο επίπεδο.

2.1 Εισαγωγή.

Σε πολλές περιπτώσεις στην Χαρτογραφία, στην Τηλεπισκόπηση, στην Φωτογραμμετρία και στην Τοπογραφία, είμαστε αναγκασμένοι να μεταβούμε από ένα σύστημα συντεταγμένων σε ένα άλλο. Οι μετασχηματισμοί στο επίπεδο είναι από τα πιο συνηθισμένα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην τοπογραφία και την χαρτογραφία. Ειδικότερα τους χρησιμοποιούμε όταν θέλουμε να προσαρμόσουμε ένα ψηφιακό χάρτη που έχει προκύψει από μια διαδικασία ψηφιοποίησης (από μια συσκευή scanner ή digitizer), στο σύστημα αναφοράς που ορίζει ο κάναβος του Χάρτη, η διαδικασία αυτή καλείται «Γεω-αναφορά» ή όταν θέλουμε να συνδέσουμε δύο συστήματα συντεταγμένων όπου το ένα είναι το κρατικό σύστημα αναφοράς και το άλλο είναι ένα νεότερο η παλιότερο σύστημα. Επίσης αρκετές εφαρμογές των μετασχηματισμών έχουμε στην φωτογραμμετρία και την τηλεπισκόπηση για διορθώσεις από συστηματικά σφάλματα.

2.1.1 Μετασχηματισμός Ομοιότητας.

Η ονομασία του μετασχηματισμού ομοιότητας οφείλεται στην ιδιότητα του να διατηρεί τα σχήματα (όμοια σχήματα) κατά την μετάβαση τους από το ένα σύστημα στο άλλο, οι μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν το μετασχηματισμό ομοιότητας δίνονται από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned} X &= ax_i + by_i + t_x \\ Y &= -bx_i + ay_i + t_y \end{aligned} \tag{2. 1}$$

όπου : $a = \mu \cos\theta$, $b = \mu \sin\theta$

x_i, y_i οι συντεταγμένες των σημείων στο αρχικό σύστημα αναφοράς και

X_i, Y_i οι συντεταγμένες στο τελικό σύστημα αναφοράς.

Στο μετασχηματισμό ομοιότητας θεωρούμε ότι τα δύο συστήματα διαφέρουν μεταξύ τους κατά δύο μεταθέσεις της αρχής των αξόνων, με συντελεστές μεταθέσεως t_x και t_y κατά x και y αντίστοιχα, μία γωνία στροφής των αξόνων θ και ένα συντελεστή ομοιόμορφης μεταβολής κλίμακας ως προς του άξονες x και y .

Ο ελάχιστος αριθμός κοινών σημείων για να προσδιοριστούν οι άγνωστες παράμετροι των εξισώσεων a , b , t_x και t_y είναι δύο, όμως σε αυτή την περίπτωση δεν μπορούν να έχουμε έλεγχο της αξιοπιστίας των σημείων συνεπώς ο ελάχιστος προτεινόμενος αριθμός σημείων για να υπάρχει και έλεγχος είναι τρία. Ο μετασχηματισμός ομοιότητας ενδείκνυται κυρίως για εφαρμογές τριγωνισμού, αλλά και σε περιπτώσεις που γεωαναφέρουμε ψηφιακά αρχεία χαρτών που δεν έχουν προκύψει από διαδικασία ψηφιοποίησης, σε περίπτωση ψηφιοποιημένων χαρτών πολλές φορές ο αφινικός μετασχηματισμός δίνει καλύτερα αποτελέσματα γιατί απαλείφονται σφάλματα παραμορφώσεων του χάρτη.

2.1.2 Αφινικός Μετασχηματισμός.

Σε αντίθεση με τον μετασχηματισμό ομοιότητας ο αφινικός δεν διατηρεί τα σχήματα, αλλά μόνο τις παραλληλίες μεταξύ των ευθειών, για παράδειγμα ένα ορθογώνιο μετασχηματίζεται σε παραλληλόγραμμο. Οι μαθηματικές εξισώσεις που περιγράφουν τον αφινικό μετασχηματισμό είναι:

$$\begin{aligned} X &= a_1 x_i + b_1 y_i + t_x \\ Y &= a_2 x_i + b_2 y_i + t_y \end{aligned} \tag{2. 2}$$

όπου :

$$a_1 = \mu_x \cos \theta_x$$

$$b_1 = \mu_y \sin \theta_y$$

$$a_2 = -\mu_x \sin \theta_x$$

$$b_2 = \mu_y \cos \theta_y$$

x_i, y_i οι συντεταγμένες των σημείων στο αρχικό σύστημα αναφοράς και X_i, Y_i οι συντεταγμένες στο τελικό σύστημα αναφοράς.

Στον αφινικό μετασχηματισμό έχουμε δύο συντελεστές μεταθέσεως t_x και t_y κατά x και y αντίστοιχα, δύο συντελεστές κλίμακας μ_x και μ_y κατά x και y αντίστοιχα και δύο γωνίες στροφής θ_x και θ_y κατά x και y αντίστοιχα. Ο ελάχιστος αριθμός κοινών σημείων που απαιτούνται ώστε να υπάρχει και έλεγχος της ακρίβειας των σημείων είναι τέσσερα.

2.1.3 Διγραμμικός και Πολυωνυμικός Μετασχηματισμός 2^{ου} βαθμού.

Οι δύο αυτοί μετασχηματισμοί παραμορφώνουν τα σχήματα κατά την μετάβαση από ένα σύστημα σε ένα άλλο και δεν αποτελούν ασφαλή μέθοδο για μετασχηματισμούς χαρτών και χρησιμοποιούνται κυρίως στην διόρθωση σφαλμάτων λόγω παραμόρφωσης.

Ο διγραμμικός μετασχηματισμός περιλαμβάνει δύο επιπλέον όρους στις εξισώσεις σε σχέση με τον αφινικό. Δεν διατηρεί τα σχήματα όπως ο μετασχηματισμός ομοιότητας αλλά ούτε και τις παραλληλίες των πλευρών των σχημάτων όπως ο αφινικός, για παράδειγμα ένα ορθογώνιο θα μετασχηματιστεί σε τετράπλευρο. Η μαθηματικές εξισώσεις του διγραμμικού μετασχηματισμού στο επίπεδο δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} X_i &= a_1 x_i + b_1 y_i + c_1 x_i y_i + t_x \\ Y_i &= a_2 x_i + b_2 y_i + c_2 x_i y_i + t_y \end{aligned} \quad (2.3)$$

Ο πολυωνυμικός μετασχηματισμός συνδέει τα δύο συστήματα αναφοράς με δύο πολυώνυμα 2^{ου} βαθμού ένα για κάθε διάσταση. Οι μαθηματικές εξισώσεις που περιγράφουν τον πολυωνυμικό μετασχηματισμό είναι:

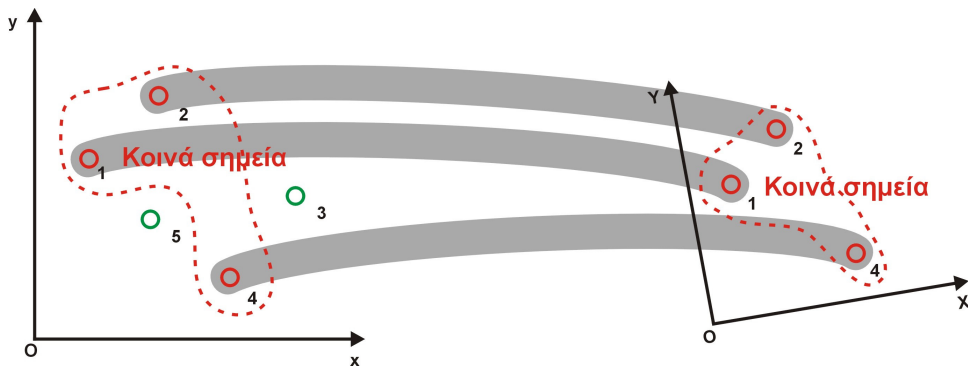
$$\begin{aligned} X_i &= a_0 + a_1x_i + a_2y_i + a_3x_iy_i + a_4x_i^2 + a_5y_i^2 \\ Y_i &= b_0 + b_1x_i + b_2y_i + b_3x_iy_i + b_4x_i^2 + b_5y_i^2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ο πολυωνυμικός μετασχηματισμός χρησιμοποιείται και σαν εύκολη λύση για την μετάβαση από ένα προβολικό σύστημα σε ένα άλλο, παράδειγμα τέτοιας εφαρμογής είναι τα πολώνυμα μετατροπής από την προβολή Hatt στην προβολή TM'87 που παρέχονται από τον οργανισμό κτηματολογίου και χαρτογραφίσεων Ελλάδος (ΟΚΧΕ). Λέγοντας εύκολη λύση εννοούμε ότι είναι προτιμότερη η χρήση των εξισώσεων της προβολής για την αλλαγή του συστήματος συντεταγμένων σε συνδυασμό με ένα μετασχηματισμό ομοιότητας για τον ορισμό της απόλυτης θέσης, μεθοδολογία που περιγράφεται στην συνέχεια και δίνει σωστότερα και ακριβέστερα αποτελέσματα.

2.2 Υπολογισμός των παραμέτρων μετασχηματισμού με ελάχιστα τετράγωνα.

Ο προσδιορισμός των παραμέτρων ενός μετασχηματισμού στο επίπεδο προϋποθέτει την γνώση των συντεταγμένων ενός αριθμού σημείων κοινών και στα δύο συστήματα αναφοράς (σχήμα 2.1). Ο ελάχιστος αριθμός των κοινών σημείων που απαιτούνται εξαρτάται από τον αριθμό των παραμέτρων του κάθε μετασχηματισμού. Για παράδειγμα ο μετασχηματισμός ομοιότητας έχει τέσσερεις παραμέτρους και απαιτούνται τουλάχιστον δύο κοινά σημεία (τέσσερεις κοινές συντεταγμένες) για τον υπολογισμό τους.

Για την περίπτωση όπου έχουμε περισσότερα γνωστά σημεία από τα ελάχιστα, οι παράμετροι των μετασχηματισμών ομοιότητας και αφινικού δεν υπολογίζονται απευθείας με λύση του συστήματος των εξισώσεων τους αλλά από τους τύπους που προκύπτουν με την εφαρμογή του κριτηρίου των ελαχίστων τετραγώνων.



Σχήμα 2. 1. Υπολογισμός των παραμέτρων του μετασχηματισμού από τα κοινά σημεία στα δύο συστήματα αναφοράς.

2.2.1 Υπολογισμός των παραμέτρων του μετασχηματισμού ομοιότητας.

Αν x_i, y_i οι συντεταγμένες των σημείων στο αρχικό σύστημα αναφοράς και X_i, Y_i οι συντεταγμένες στο τελικό σύστημα αναφοράς και αν υποθέσουμε ότι έχουμε n κοινά σημεία γνωστών συντεταγμένων στο σύστημα αναφοράς του χάρτη μπορούμε να δημιουργήσουμε $2n$ εξισώσεις με 4 αγνώστους. Στην περίπτωση που $n = 2$ το σύστημα έχει μια μοναδική λύση που προκύπτει από την λύση του συστήματος. Για την περίπτωση που τα κοινά σημεία είναι περισσότερα, δηλαδή όταν $n > 2$ το σύστημα έχει περισσότερες από μια λύσεις και για την επίλυση του προβλήματος καταφεύγουμε στην μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Με την προϋπόθεση ότι οι παρατηρήσεις των συντεταγμένων των κοινών σημείων είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους και της ίδιας ακρίβειας οι σχέσεις υπολογισμού των παραμέτρων του μετασχηματισμού είναι :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i X_i + v_i Y_i)}{\sum_{i=1}^n (u_i^2 + v_i^2)}, \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n (v_i X_i - u_i Y_i)}{\sum_{i=1}^n (u_i^2 + v_i^2)}, \quad (2.5)$$

$$t_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad t_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad (2.6)$$

όπου u_i, v_i είναι οι αναχθείσες συντεταγμένες των x_i, y_i αντίστοιχα, στο κέντρο βάρους των n κοινών σημείων.

$$u_i = x_i - \bar{x} \quad , \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{και} \quad v_i = y_i - \bar{y} \quad , \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.7)$$

Για να εφαρμόσουμε τον μετασχηματισμό και για τα υπόλοιπα σημεία του συστήματος να ανάγουμε τα υπόλοιπα σημεία στο κέντρο βάρους και συνεπώς οι αρχικές σχέσεις παίρνουν τη μορφή :

$$\begin{aligned} X_i &= au_i + bv_i + t_x \\ Y_i &= -bu_i + av_i + t_y \end{aligned} \quad (2.8)$$

Με τον όρο ασυσχέτιστες συντεταγμένες των κοινών σημείων θεωρούμε ότι δεν υπάρχει κάποιο συστηματικό σφάλμα στη συσκευή ψηφιοποίησης και η επιλογή των σημείων στο χάρτη γίνεται με την ίδια ακρίβεια για κάθε σημείο. Σε περιπτώσεις που απαιτείται μεγαλύτερη ακρίβεια θα πρέπει να απαλειφθούν πρώτα τα συστηματικά σφάλματα ή να χρησιμοποιήσουμε πιο σύνθετο μοντέλο υπολογισμού.

2.2.2 Αφινικός Μετασχηματισμός.

Με την προϋπόθεση ότι οι παρατηρήσεις των συντεταγμένων είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους και της ίδιας ακρίβειας καταλήγουμε στις παρακάτω σχέσεις υπολογισμού των παραμέτρων του μετασχηματισμού :

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 \sum_{i=1}^n u_i X_i - \sum_{i=1}^n u_i v_i \sum_{i=1}^n v_i X_i}{\sum_{i=1}^n u_i^2 \sum_{i=1}^n v_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n u_i v_i \right)^2} \quad , \quad (2.9)$$

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 \sum_{i=1}^n u_i Y_i - \sum_{i=1}^n u_i v_i \sum_{i=1}^n v_i Y_i}{\sum_{i=1}^n u_i^2 \sum_{i=1}^n v_i^2 - (\sum_{i=1}^n u_i v_i)^2} \quad (2.10)$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n u_i^2 \sum_{i=1}^n v_i X_i - \sum_{i=1}^n u_i v_i \sum_{i=1}^n u_i X_i}{\sum_{i=1}^n u_i^2 \sum_{i=1}^n v_i^2 - (\sum_{i=1}^n u_i v_i)^2}, \quad (2.11)$$

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^n u_i^2 \sum_{i=1}^n v_i Y_i - \sum_{i=1}^n u_i v_i \sum_{i=1}^n u_i Y_i}{\sum_{i=1}^n u_i^2 \sum_{i=1}^n v_i^2 - (\sum_{i=1}^n u_i v_i)^2} \quad (2.12)$$

$$t_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad t_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad (2.13)$$

όπου u_i, v_i είναι οι αναχθείσες συντεταγμένες των x_i, y_i αντίστοιχα, στο κέντρο βάρους των n κοινών σημείων.

$$u_i = x_i - \bar{x}, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{και} \quad v_i = y_i - \bar{y}, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

Για τα υπόλοιπα σημεία οι σχέσεις του μετασχηματισμού γίνονται όπως και στον ομοιότητα:

$$\begin{aligned} X &= a_1 u_i + b_1 v_i + t_x \\ Y &= a_2 u_i + b_2 v_i + t_y \end{aligned} \quad (2.14)$$

Παράδειγμα : Έστω ότι έχουμε τέσσερα (4) σημεία με γνωστές συντεταγμένες σε δύο συστήματα συντεταγμένων

X_i	Y_i		x_i	y_i
252,554	349,527		469,993	344,598
253,050	289,269		469,993	284,598
363,050	349,269		579,993	344,598
363,474	288,786		579,993	284,598
\bar{X}	\bar{Y}		\bar{x}	\bar{y}
308,032	319,213		524,993	314,598

Να υπολογιστούν οι παράμετροι του μετασχηματισμού ομοιότητας των δύο συστημάτων.

Με βάση τις αρχικές συντεταγμένες των κοινών σημείων Υπολογίζουμε τις αναγόμενες συντεταγμένες u_i , v_i (Πίνακας 2.1).

Πίνακας 2. 1. Προσαρμοσμένες συντεταγμένες των κοινών σημείων στο κέντρο βάρους τους.

u_i	v_i	u_i^2	v_i^2
-55	30	3025	900
-55	-30	3025	900
55	30	3025	900
55	-30	3025	900

Οι παράμετροι του μετασχηματισμού υπολογίζονται από τις σχέσεις 2.5 και 2.6 :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i X_i + v_i Y_i)}{\sum_{i=1}^n (u_i^2 + v_i^2)} = 1.004638898$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (v_i X_i - u_i Y_i)}{\sum_{i=1}^n (u_i^2 + v_i^2)} = 0.00083617$$

$$t_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = 308.032 \quad \text{και} \quad t_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = 319.213$$

Ο υπολογισμός των παραμέτρων του μετασχηματισμού μπορεί να προγραμματιστεί εύκολα σε ένα ΗΥ.



Υπορουτίνα μετασχηματισμού ομοιότητας

Οι παράμετροι εισαγωγής για την υπορουτίνα SimilarLSQ είναι αναλυτικά :

- **n** είναι ο αριθμός των κοινών σημείων.
- **u** και **v** τα διανύσματα των συντεταγμένων που ανήχθησαν στο κέντρο βάρους.
- **x** και **y** τα διανύσματα των συντεταγμένων στο σύστημα του χάρτη.
- **par** είναι το διάνυσμα των παραμέτρων του μετασχηματισμού, όπου:
a → par(1), b → par(2), tx → par(3), ty → par(4)

Sub SimilarLSQ

(n As Integer, u As Variant, v As Variant, x As Variant, y As Variant, par As Variant)

' Δήλωση των μεταβλητών

Dim i, j As Integer

Dim sumx, sumy, sumux, sumvy, sumvx, sumuy As Double

Dim sumu, sumv As Double

Dim x1m, y1m As Double

' Μηδενισμός αρχικών τιμών των αθροισμάτων

sumx = 0#

sumy = 0#

sumu = 0#

sumv = 0#

```
sumux = 0#
```

```
sumvy = 0#
```

```
sumvx = 0#
```

```
sumuy = 0#
```

'Υπολογισμός αθροισμάτων

```
For i = 1 To n
```

```
    sumx = sumx + x(i)
```

```
    sumy = sumy + y(i)
```

```
    sumux = sumux + u(i) * x(i)
```

```
    sumvy = sumvy + v(i) * y(i)
```

```
    sumvx = sumvx + v(i) * x(i)
```

```
    sumuy = sumuy + u(i) * y(i)
```

```
    sumu = sumu + u(i) ^ 2
```

```
    sumv = sumv + v(i) ^ 2
```

```
Next i
```

'Υπολογισμός των παραμέτρων του μετασχηματισμού

```
par(1) = (sumux + sumvy) / (sumu + sumv) ' a
```

```
par(2) = (sumvx - sumuy) / (sumu + sumv) ' b
```

```
par(3) = sumx / n ' tx
```

```
par(4) = sumy / n ' ty
```

```
End Sub
```

2.3 Υπολογισμός των προβολικών συντεταγμένων από συντεταγμένες στο WGS'84.

Συνοψίζοντας όλα τα παραπάνω για τους μετασχηματισμούς στο επίπεδο αλλά και το κομμάτι που αφορά τα γεωδαιτικά και προβολικά συστήματα που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο 1 μπορούμε να περιγράψουμε την διαδικασία μετατροπής των αρχικών παρατηρήσεων GPS στο τελικό προβολικό σύστημα που θα χρησιμοποιήσουμε.

Οι μετρήσεις με το GPS χαρακτηρίζονται από καλή ακρίβεια στον προσδιορισμό της σχετικής θέσης μεταξύ των σημείων παρατήρησης (της τάξης του εκατοστού) ως προς το σύστημα αναφοράς WGS'84. Επειδή όμως στον υπολογισμό του υψομέτρου η ακρίβεια προσδιορισμού του υψομέτρου

δεν είναι ανάλογη της οριζόντιας ακρίβειας (ελλιπής γνώση του πεδίου βαρύτητας κτλ.), για να διατηρήσουμε την καλή ακρίβεια της οριζόντιας θέσης η διαδικασία μετατροπής των συντεταγμένων εκτελείται σε δύο στάδια, ξεχωριστά για την οριζόντια θέση και ξεχωριστά για το υψόμετρο. Η μετατροπή των συντεταγμένων των σημείων από το σύστημα αναφοράς WGS'84 σε ένα τοπικό σύστημα αναφοράς για την οριζόντια θέση γίνεται ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

1. Συνορθώνουμε το δίκτυο GPS στο σύστημα WGS'84 ως ελεύθερο ή με ελάχιστες δεσμεύσεις.
2. Από τις καρτεσιανές συντεταγμένες (X,Y,Z) στο WGS'84 υπολογίζουμε τις καρτεσιανές συντεταγμένες στο τοπικό σύστημα αναφοράς, για όλες τις κορυφές του δικτύου. Οι νέες συντεταγμένες στο τοπικό σύστημα καλούνται και προσεγγιστικές, επειδή δεν μας δίνουν ικανοποιητική ακρίβεια στο τοπικό σύστημα, ο λόγος είναι ότι συνήθως δεν γνωρίζουμε τις σχέσεις μετατροπής μεταξύ των δύο συστημάτων με την απαιτούμενη ακρίβεια.
3. Από τις προσεγγιστικές καρτεσιανές συντεταγμένες (X,Y,Z) στο τοπικό σύστημα υπολογίζουμε τις προσεγγιστικές γεωδαιτικές (φ,λ,h) .
4. Από τις προσεγγιστικές γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ,λ,h) του τοπικού συστήματος υπολογίζουμε τις προβολικές συντεταγμένες (x,y) στην αντίστοιχη προβολή με βάση τις εξισώσεις απεικόνισης.
5. Υπολογίζουμε τις παραμέτρους του μετασχηματισμού ομοιότητας στο προβολικό επίπεδο, μεταξύ των προσεγγιστικών προβολικών συντεταγμένων και ενός αριθμού σημείων γνωστών προβολικών συντεταγμένων (τουλάχιστον τριών σημείων).
6. Με βάση τις παραμέτρους του μετασχηματισμού ομοιότητας που υπολογίσαμε μετασχηματίζουμε και τα υπόλοιπα σημεία του δικτύου.

Ο μετασχηματισμός που χρησιμοποιούμε στο 5^ο βήμα είναι ο ομοιότητας. Ο λόγος που επιλέγουμε αυτόν το μετασχηματισμό είναι για να διατηρήσουμε την καλή γεωμετρία του αρχικού δικτύου μας. Στην συνέχεια περιγράφουμε τους αλγορίθμους των δύο συνηθέστερων μετασχηματισμών, του μετασχηματισμού ομοιότητας και του αφινικού.

2.3.1 Αλλαγή προβολικού συστήματος για τον Ελληνικό Χώρο.

Ένα προβολικό σύστημα χαρακτηρίζεται από το είδος της προβολής που χρησιμοποιείται και τον τρόπο εφαρμογής της σε συνδυασμό πάντοτε με το γεωδαιτικό Datum που χρησιμοποιείται. Στους μετασχηματισμούς, με τις προβολές και τα Datum που χρησιμοποιούνται στην Ελλάδα συναντάμε τις εξής δύο περιπτώσεις :

- Αλλάζει η προβολή ενώ το Datum παραμένει το ίδιο. Περίπτωση μετασχηματισμού π.χ. από Hatt σε TM 3⁰. Σε αυτήν την περίπτωση τα (x, y) της Hatt γίνονται (φ, λ) και στην συνέχεια μετατρέπονται σε (E, N) στην TM 3⁰ από τις εξισώσεις απεικόνισης της κάθε προβολής.
- Αλλάζει η προβολή και το Datum. Περίπτωση μετασχηματισμού π.χ. από Hatt σε TM μιας ζώνης. Σε αυτήν την περίπτωση τα (x, y) της Hatt γίνονται (φ, λ). Τα (φ, λ) γίνονται (X, Y, Z) στο Ελληνικό Datum. Τα (X, Y, Z) μετασχηματίζονται σε (X', Y', Z') στο ΕΓΣΑ 87 μέσω των παραμέτρων σύνδεσης DX, DY, DZ. Τα (X', Y', Z') μετατρέπονται σε (φ', λ') στο ΕΓΣΑ 87 και τέλος μετασχηματίζονται σε (E, N) στην TM μιας ζώνης.

Σε όλες τις περιπτώσεις μετασχηματισμών συντεταγμένων, μπορούμε να κάνουμε και μετασχηματισμούς ομοιότητας ή αφινικού για να βελτιώσουμε την ακρίβεια της προσαρμογής. Σημαντική παράμετρος για τον μετασχηματισμό είναι τα σημεία αυτά να έχουν καλή κατανομή στην περιοχή μελέτης.

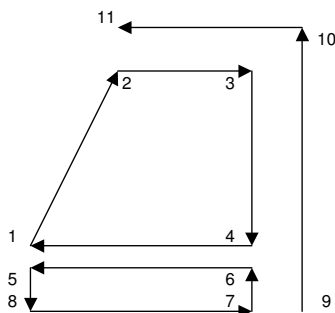
3

Μετασχηματισμοί ψηφιακών χαρτών.

3.1 Εισαγωγή.

Για να είναι δυνατή επεξεργασία των ψηφιακών δεδομένων θα πρέπει αυτά να έχουν μια συγκεκριμένη ψηφιακή δομή που να μπορεί να περιγράψει την μορφή μιας εικόνας και να είναι αναγνωρίσιμη από τον Η/Υ. Όταν λέμε ψηφιακή δομή εννοούμε μια σειρά Bits (0 ή 1) που μπορούν να αποθηκευτούν σε ένα δίσκο ή στην μνήμη του Η/Υ ώστε να είναι δυνατή η διαχείριση, επεξεργασία και απεικόνιση τους μέσα από τα συστήματα που περιλαμβάνει ένας Η/Υ. Για τον λόγο αυτό δημιουργήθηκαν διάφοροι μέθοδοι απεικόνισης, ταξινόμησης και διαχείρισης αυτών των δεδομένων, οι δύο βασικές μορφές απεικόνισης είναι η **διανυσματική** και η **ψηφιακή** (ψηφιδωτή)

Η διανυσματική μέθοδος (vector) στηρίζεται στην ανάλυση της εικόνας σε επιμέρους ευθύγραμμα τμήματα τα οποία περιγραφόμενα κατάλληλα την αποδίδουν σε ψηφιακή μορφή. Τα επιμέρους τμήματα ορίζονται ως **διανύσματα (vectors)** η δομή μιας τέτοιας εικόνας περιγράφεται από πραγματικούς αριθμούς. (σχήμα 3.1)



Σχήμα 3. 1. Εικόνα με διανυσματική μορφή.

Αντίθετα με την διανυσματική μορφή η ψηφιδωτή μορφή (raster) απεικόνιση θεωρεί ότι η εικόνα είναι ένα ενιαίο σύνολο (ψηφιδωτό) το οποίο αποτελείται από επιμέρους στοιχειώδη τμήματα (ψηφίδες) η δομή μιας τέτοιας εικόνας περιγράφεται από ακέραιους αριθμούς (σχήμα 3.2).

18	18	21	21	18	18	21	17	21	19	14	19	18	18
18	18	21	20	18	19	20	20	19	18	19	18	19	16
18	18	18	18	16	18	18	18	17	19	18	16	17	17
15	19	15	15	18	18	18	18	14	21	17	17	20	19
18	19	15	16	20	19	15	16	20	16	16	20	16	17
20	20	20	20	20	20	21	18	19	17	16	15	15	15
19	18	18	20	18	20	18	19	16	19	18	18	19	15
15	18	16	18	16	18	18	17	19	18	16	18	16	17
19	17	18	18	18	18	18	17	19	17	17	19	19	17
20	18	19	16	16	20	16	19	19	16	19	19	16	17
19	21	19	18	19	15	16	18	15	20	15	15	15	20
19	16	19	18	18	18	20	19	16	17	17	17	17	16
18	18	18	18	18	18	15	16	16	15	18	17	21	21
18	18	18	18	18	18	15	16	16	16	15	18	17	20
19	18	20	18	19	18	18	18	20	18	18	18	18	18

Σχήμα 3. 2. Ψηφιδωτή μορφή.

3.1.1 Εφαρμογή μετασχηματισμών σε ψηφιακά δεδομένα.

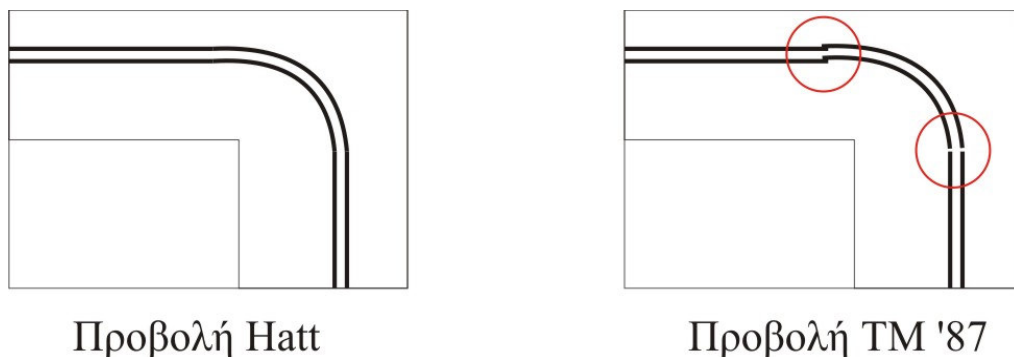
Ανάλογα με την μορφή των ψηφιακών δεδομένων η μέθοδοι μετασχηματισμού είναι διαφορετικές. Αν ο χάρτης που θέλουμε να μετατρέψουμε είναι σε διανυσματική μορφή τότε ο αλγόριθμος που

χρησιμοποιείται για την μετατροπή είναι διαφορετικός για κάθε γεωμετρικό σχήμα. Για παράδειγμα για την περίπτωση που θέλουμε να μετασχηματίσουμε μια γραμμή τότε ο μετασχηματισμός μπορεί να εφαρμοστεί στην αρχή και το τέλος της γραμμής. Τα στοιχεία που απαιτούνται για τα βασικά γεωμετρικά σχήματα που εμφανίζονται σε ένα χάρτη περιγράφονται στον παρακάτω πίνακα 3.1.

Πίνακας 3. 1. Μετασχηματισμός βασικών σχημάτων.

Σχήμα	Στοιχεία	Περιγραφή
Γραμμή	αρχή , τέλος	Αλλαγή των συντεταγμένων αρχής και τέλος
Κύκλος	κέντρο, ακτίνα	Αλλαγή των συντεταγμένων του κέντρου και του μήκους της ακτίνας
Έλλειψη	κέντρο, 2 ημιάξονες	Αλλαγή των συντεταγμένων του κέντρου και του μήκους των ημιαξόνων

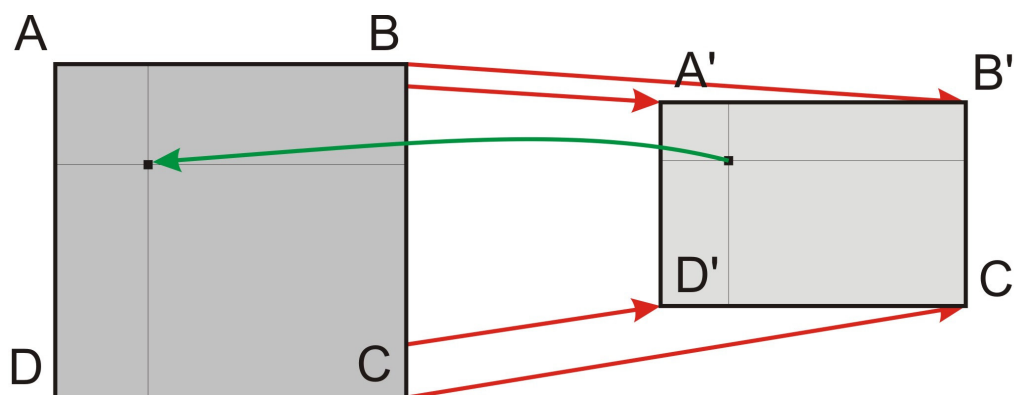
Η μετατροπή των διανυσματικών δεδομένων παρουσιάζει προβλήματα στην εφαρμογή τους κυρίως στους μη γραμμικούς μετασχηματισμούς, όπως η αλλαγή προβολικού συστήματος, γιατί τα τελικά σχήματα αλλάζουν. Για παράδειγμα αν το αρχικό σχήμα είναι κύκλος με την εφαρμογή ενός μη-γραμμικού μετασχηματισμού μετατρέπεται σε μια κλειστή καμπύλη, στις εφαρμογές που δεν έχουμε μεγάλες παραμορφώσεις μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το σχήμα διατηρείται, αλλά θα πρέπει να ελέγχεται η αξιοπιστία του τελικού σχεδίου. Στις συνήθεις εφαρμογές το πρόβλημα μπορεί να αγνοηθεί γιατί δεν προκύπτουν σημαντικές αλλοιώσεις αλλά μετά το τέλος της εφαρμογής του μετασχηματισμού απαιτείται η διόρθωση των τελικών διαγραμμάτων στις συνδέσεις των διαφορετικών σχημάτων και των πολυγραμμών (σχήμα 3.3)



Σχήμα 3. 3. Μετασχηματισμός διανυσματικού χάρτη.

Στην περίπτωση όπου εφαρμόζουμε ένα μετασχηματισμό ή αλλαγή προβολικού συστήματος σε ένα ψηφιακό χάρτη (raster) τα ψηφιακά δεδομένα παρουσιάζουν καλύτερη εφαρμογή σε σχέση με τα διανυσματικά. Αναλυτικά ο αλγόριθμος μετατροπής ενός ψηφιακού χάρτη είναι:

1. Μετασχηματισμός των τεσσάρων κορυφών της αρχικής εικόνας στο τελικό σύστημα (ευθύς μετασχηματισμός).
2. Υπολογισμός της τιμής της κάθε ψηφίδας του τελικού σχεδίου με βάση την τιμή που έχει η ομόλογη στο αρχικό σύστημα (αντίστροφος μετασχηματισμός).



Σχήμα 3. 4. Μετασχηματισμός εικόνας raster.

Εφαρμογή : Μετασχηματισμός ενός χάρτη από την προβολή Hatt στην προβολή TM'87.

Για να μετατρέψουμε ένα ψηφιακό χάρτη από την προβολή Hatt στην TM'87 απαιτούνται οι συναρτήσεις μετατροπής TM'87→Hatt και Hatt →TM'87, αναλυτικά :

- Εφαρμόζουμε μετασχηματισμού για την προσαρμογή στο σύστημα αναφοράς που ορίζει ο κάναβος του Χάρτη (Γεωαναφορά) χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό ομοιότητας ή αφινικό
- Υπολογίζουμε τις συντεταγμένες του πλαισίου του χάρτη την χρήση του μετασχηματισμού TM'87→Hatt.
- Υπολογίζουμε την τιμή της κάθε ψηφίδας του τελικού χάρτη με την χρήση του μετασχηματισμού Hatt →TM'87, δηλαδή ξεκινάω από συντεταγμένες Hatt στην τελική εικόνα τις μετατρέπω σε TM87 και τις αντιστοιχίζω στον αρχικό χάρτη.

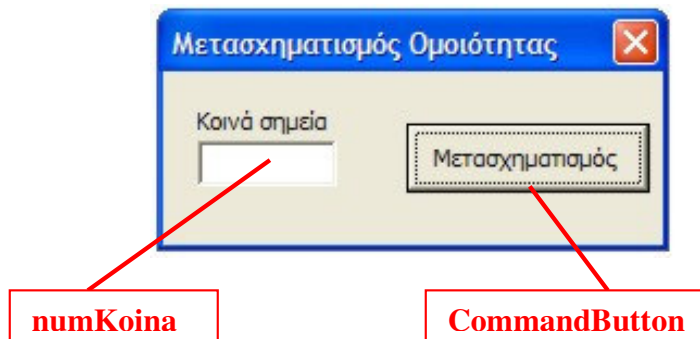


Πρόγραμμα μετασχηματισμού ομοιότητας μέσα στο σχεδιαστικό περιβάλλον του AutoCAD.

Το παρακάτω πρόγραμμα συντάχθηκε σε γλώσσα Visual Basic for Applications (VBA) που είναι ενσωματωμένη μέσα στο σχεδιαστικό πρόγραμμα AutoCAD. Η είσοδος στη VBA γίνεται από το βασικό μενού του AutoCAD επιλέγοντας *Tools→Macro→Visual Basic Editor*.

▪ **Σχεδίαση της βασικής φόρμας του προγράμματος**

Η βασική φόρμα του προγράμματος περιλαμβάνει ένα πεδίο εισαγωγής (Edit Box) του αριθμού των κοινών σημείων από το χρήστη με την ονομασία numKoina και ενός κουμπιού εντολής (CommandButton) με την ονομασία CommandButton1.



- Προσθήκη μακροεντολής για την εκτέλεση του κυρίως προγράμματος

Έκτέλεση εντολής μετασχηματισμού ομοιότητας

Sub TransSimilar()

Similar.Show

End Sub

- Προσθήκη κώδικα στο κουμπί CommandButton1 για την εκτέλεση του μετασχηματισμού ομοιότητας.

Private Sub CommandButton1_Click()

Όρισμός των μεταβλητών και των πινάκων

Dim elem As Object

Dim found As Boolean

Dim i, numEnt As Integer

Dim param(0 To 5) As Double

Dim point1 As Variant

Dim point2 As Variant

Dim newN As Integer

Dim paramMeta(0 To 5) As Double

Dim PntFrom(n, 2) As Double

Dim PntTo(n, 2) As Double

Dim oldStrtPnt As Variant

Dim oldEndPnt As Variant

Dim newStrtPnt(0 To 2) As Double

```

Dim newEndPnt(0 To 2) As Double

newN = Val(Me.numKoina)
If newN > 2 Then
    ReDim PntFrom(newN - 1, 1) As Double
    ReDim PntTo(newN - 1, 1) As Double
End If
Me.Hide

On Error GoTo ErrorHandler ' Ενεργοποίηση εντοπισμού σφάλματος.
For i = 0 To newN - 1
    point1 = ThisDrawing.Utility.GetPoint(, vbCrLf & "Σημείο στο αρχικό
σύστημα :")
    PntFrom(i, 0) = point1(0)
    PntFrom(i, 1) = point1(1)
    point2 = ThisDrawing.Utility.GetPoint(point1, vbCrLf & " Σημείο στο
τελικό σύστημα : ")
    PntTo(i, 0) = point2(0)
    PntTo(i, 1) = point2(1)
Next i
On Error GoTo 0 ' Τέλος εντοπισμού σφάλματος.
ErrorHandler:

Υπολογισμός των παραμέτρων του μετασχηματισμού
SimilarTransformation (newN - 1), PntFrom, PntTo, paramMeta

Αναζήτηση μέσα στο ModelSpace των σχεδιαστικών οντοτήτων που είναι
γραμμή
For Each elem In ThisDrawing.ModelSpace
    With elem
        If (.EntityName = "AcDbLine") Then 'Or (.EntityName = "AcDbMText")
Then
            Αλλαγή των σημείων αρχής και τέλους της γραμμής
            oldStrtPnt = .startPoint
            oldEndPnt = .endPoint

```


'Εφαρμογή του μετασχηματισμού

```
DoTrans oldStrtPnt, newStrtPnt, paramMeta
DoTrans oldEndPnt, newEndPnt, paramMeta
.startPoint = newStrtPnt
.endPoint = newEndPnt
found = True
End If
End With
Set elem = Nothing
Next elem
```

'Αν δεν υπάρχουν γραμμές στο σχέδιο

```
If Not found Then
    MsgBox "Δεν βρέθηκαν γραμμές στο σχέδιο!", vbInformation
End If
Unload Me
End Sub
```

- Προσθήκη υπορουτίνας για τον υπολογισμό των παραμέτρων του μετασχηματισμού ομοιότητας.

Public Sub SimilarTransformation**(num As Integer, pnt1 As Variant, pnt2 As Variant, param As Variant)**

```
Dim xmean, ymean, tx, ty As Double
Dim ui, ui2, vi, vi2 As Double
Dim uiXi, uiYi, viXi, viYi As Double
xmean = 0
ymean = 0
tx = 0
ty = 0
uiXi = 0
uiYi = 0
viXi = 0
viYi = 0
ui2 = 0
```

```

vi2 = 0
For i = 0 To num
    xmean = xmean + pnt1(i, 0)
    ymean = ymean + pnt1(i, 1)
    tx = tx + pnt2(i, 0)
    ty = ty + pnt2(i, 1)
Next i

xmean = xmean / (num + 1)
ymean = ymean / (num + 1)
tx = tx / (num + 1)
ty = ty / (num + 1)
For i = 0 To num
    ui = pnt1(i, 0) - xmean
    ui2 = ui2 + ui ^ 2
    vi = pnt1(i, 1) - ymean
    vi2 = vi2 + vi ^ 2
    uiXi = uiXi + ui * pnt2(i, 0)
    uiYi = uiYi + ui * pnt2(i, 1)

    viXi = viXi + vi * pnt2(i, 0)
    viYi = viYi + vi * pnt2(i, 1)
Next i
param(0) = (uiXi + viYi) / (ui2 + vi2)
param(1) = (viXi - uiYi) / (ui2 + vi2)
param(2) = tx
param(3) = ty
param(4) = xmean
param(5) = ymean
End Sub

```

- Προσθήκη υπορουτίνας την εφαρμογή του μετασχηματισμού ομοιότητας.

Public Sub DoTrans(pnt1 As Variant, pnt2 As Variant, param As Variant)

```
Dim ui, vi As Double
ui = pnt1(0) - param(4)
vi = pnt1(1) - param(5)
pnt2(0) = param(0) * ui + param(1) * vi + param(2)
pnt2(1) = -param(1) * ui + param(0) * vi + param(3)
End Sub
```



Το παραπάνω πρόγραμμα μπορεί να τροποποιηθεί και να περιλαμβάνει περισσότερες σχεδιαστικές οντότητες από την γραμμή όπως κύκλος έλλειψη πολυγραμμή κτλ.

4

Υπολογισμός υψομέτρων.

4.1 Εισαγωγή.

Στον κεφάλαιο αυτό περιγράφονται οι μέθοδοι υπολογισμού των ορθομετρικών υψομέτρων χρησιμοποιώντας μετρήσεις GPS. Οι μέθοδοι που περιγράφονται μπορούν να δώσουν ικανοποιητικά αποτελέσματα σε συνήθεις τοπογραφικές εφαρμογές αλλά σε περιπτώσεις όπου απαιτείται υψηλή ακρίβεια η ενδεικνυόμενη μεθοδολογία είναι αυτή της γεωμετρικής χωροστάθμησης. Εντούτοις στο μεγαλύτερο ποσοστό των Τοπογραφικών εφαρμογών (οδοποιία, αποτυπώσεις κτλ.) μπορεί να χρησιμοποιηθεί το GPS λόγω του χαμηλού κόστους των μετρήσεων και οι μεθοδολογίες που περιγράφονται καλύπτουν στο μεγαλύτερο μέρος τις απαιτούμενες ακρίβειες.

Με την χρήση GPS η ακρίβεια που παρέχεται από το σχετικό οριζόντιογραφικό προσδιορισμό θέσης είναι της τάξεως των $5-10 \text{ mm} \pm 1 - 2 \text{ ppm}$ ενώ για την περίπτωση του υψομετρικού προσδιορισμού θέσης η ακρίβεια είναι δύο φορές χειρότερη (Φωτίου, Πικριδάς 2006) όμως το μετρούμενο μέγεθος στην περίπτωση αυτή είναι το γεωμετρικό υψόμετρο σημείων, δηλαδή η απόσταση από την επιφάνεια του ελλειψοειδούς εκ' περιστροφής (ΕΕΠ). Το μετρούμενο υψόμετρο που ενδιαφέρει στην τοπογραφία δεν είναι το υψόμετρο από μια μαθηματική επιφάνεια που προσεγγίζει το σχήμα της γης αλλά το υψόμετρο από μια επιφάνεια που αποτελεί μια φυσική προσέγγιση του σχήματος της γης. Μια τέτοια επιφάνεια είναι η επιφάνεια του γεωειδούς και το υψόμετρο των σημείων μετρήσεων από την επιφάνεια αυτή ονομάζεται ορθομετρικό υψόμετρο.

Η σύνδεση γεωειδούς και ΕΕΠ πραγματοποιείται μέσω της απόστασης των δύο παραπάνω σταθμικών επιφανειών, η οποία ονομάζεται αποχή του γεωειδούς (N), και από τις συνιστώσες της γωνίας μεταξύ καθέτου στο ΕΕΠ

και κατακορύφου στο γεωειδές οι οποίες ονομάζονται συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου (ξ , η). Τα στοιχεία σύνδεσης γεωειδούς με το ΕΕΠ (N , ξ , η) προκύπτουν κυρίως από βαρυτημετρικές μεθόδους (μέθοδοι προσδιορισμού του γεωειδούς) οι οποίες όμως απαιτούν ειδικά όργανα υψηλού κόστους και επίπονες εργασίες πεδίου. Ο προσδιορισμός της επιφάνειας του γεωειδούς μπορεί να γίνει σε τοπικό αλλά και σε παγκόσμιο επίπεδο (μοντέλα γεωειδούς). Ο υπολογισμός των παραμέτρων N , ξ και η για την περίπτωση του ελλειψοειδούς που χρησιμοποιεί το GPS μπορεί να γίνει με την χρήση τέτοιων μοντέλων, αλλά η ακρίβεια και εδώ αποτελεί περιοριστικό παράγοντα.

4.2 Υπολογισμός της αποχής του γεωειδούς.

Η βασική σχέση, με την οποία συνδέονται η αποχή του γεωειδούς N , το γεωμετρικό υψόμετρο h και το ορθομετρικό υψόμετρο H είναι (βλ. πχ. Κατσάμπαλος, Τζιαβός, 1991)

$$h = H + N \quad (4.1)$$

όπου N η αποχή ή υψόμετρο του γεωειδούς .

Ο υπολογισμός των ορθομετρικών υψομέτρων μπορεί να γίνει απευθείας με το GPS από το μετρούμενο γεωμετρικό υψόμετρο και την αποχή του γεωειδούς N . Η αποχή του γεωειδούς μπορεί να προσδιοριστεί από κάποιο υφιστάμενο μοντέλο γεωειδούς (π.χ. EGM 96) με μια ακρίβεια της τάξεως του μέτρου ή και καλύτερη στα πιο σύγχρονα μοντέλα (EGM 2008) ή ακόμη μεγαλύτερη ακρίβεια από παρατηρήσεις στοιχείων βαρύτητας και υψομέτρου.

Το GPS μπορεί να μας δώσει υψηλή ακρίβεια στον σχετικό προσδιορισμό των γεωμετρικών υψομέτρων (h) της τάξεως του εκατοστού αλλά δεν μπορεί να μας δώσει υψηλή ακρίβεια σε απόλυτες τιμές, γι' αυτό είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούνται η υψομετρικές διαφορές αντί των απόλυτων τιμών, οπότε η εξίσωση 4.1 για την περίπτωση των υψομετρικών διαφορών γίνεται

$$\Delta h = \Delta H + \Delta N \quad (4.2)$$

Όπου το Δh προσδιορίζεται με τη βοήθεια του GPS με ακρίβεια $(2 - 3) \text{ mm} + (1 - 2) \text{ ppm}$. Για να πετύχουμε εξίσου ακριβείς τιμές στα ΔN απαραίτητη είναι η χρήση γεωδυναμικού μοντέλου υψηλής ανάπτυξης, σε συνδυασμό με τοπικά δεδομένα βαρύτητας και υψομετρίας, κάτι τέτοιο δεν είναι εύκολο στις συνήθεις εφαρμογές λόγω του υψηλού κόστους των μετρήσεων αλλά και της εξειδικευμένης τεχνολογίας που απαιτείται.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι η ακρίβεια προσδιορισμού των ορθομετρικών υψομέτρων εξαρτάται από την γνώση που έχουμε για το Γεωειδές στην περιοχή των μετρήσεων και τις αποχές του γεωειδούς που μπορούμε να τις πάρουμε από :

- i. μοντέλο γεωειδούς όπως το EGM '96 (ανάπτυγμα σε σφαιρικές αρμονικές).
- ii. χάρτη αποχών του γεωειδούς, σε αυτή την περίπτωση η ακρίβεια προσδιορισμού των ορθομετρικών υψομέτρων είναι ανάλογη της ακρίβειας του χάρτη και της διακριτικής ικανότητας εντοπισμού του κάθε σημείου.
- iii. με μεθόδους παρεμβολής επιφανείας σε περιοχή χρησιμοποιώντας σημεία με γνωστό ορθομετρικό υψόμετρο.

4.2.1 Υπολογισμός της αποχής του γεωειδούς από μοντέλο.

Ο υπολογισμός της αποχής του γεωειδούς για ένα ελλειψοειδές από μοντέλο δίνεται από την εξίσωση :

$$N(\theta, \lambda) = \zeta_Z + \zeta^*(r_E, \theta, \lambda) + C(\theta, \lambda) \quad (4.3)$$

Όπου ζ_Z ο όρος μηδενικού βαθμού και για την περίπτωση του WGS'84 είναι $\zeta_Z \approx -0.53 \text{ m}$, $\theta=90^\circ -\varphi$, $C(\varphi, \lambda)$ διορθωτικοί συντελεστές επίσης σε ανάπτυγμα σφαιρικών αρμονικών. Τελικά για το ελλειψοειδές του WGS'84 έχουμε :

$$N(\theta, \lambda) = \zeta^*(r_E, \theta, \lambda) + C(\theta, \lambda) - 0.53$$

και


$$\zeta^*(r_E, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r_E \gamma} \sum_{n=2}^{360} \left(\frac{a}{r_E} \right)^n \sum_{m=1}^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm} \cos(\theta) \quad (4.4)$$

όπου

\bar{P}_{nm} = πλήρως κανονικοποιημένες συναρτήσεις του Legendre

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ = πλήρως κανονικοποιημένοι συντελεστές του διαταρακτικού δυναμικού.

Ο υπολογισμός της αποχής του γεωειδούς με βάση το μοντέλο EGM'96 προκύπτει πολύ εύκολα χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα f477.f που διατίθεται μέσω του διαδικτύου¹ μαζί όλα με τα απαραίτητα αρχεία συντελεστών.

 Η χρήση ενός μοντέλου γεωειδούς μπορεί να μας δώσει μια προσεγγιστική τιμή για την αποχή του γεωειδούς και δεν μπορεί να αντικαταστήσει τη χωροσταθμική όδευση σε περιπτώσεις όπου απαιτείται μεγάλη ακρίβεια.

4.2.2 Υπολογισμός της αποχής γεωειδούς από επιφάνεια παρεμβολής.

Στην περίπτωση όπου γνωρίζουμε τα ορθομετρικά υψόμετρα σε ορισμένα σημεία και η περιοχή εργασίας είναι περίπου 10 x 10 Km, έχοντας και ένα ομαλό σχετικά γεωειδές τότε οι αποχές του γεωειδούς μπορούν να προκύψουν με την εφαρμογή μιας αναλυτικής παρεμβολής της μορφής :

$$N_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i \quad (4.5)$$

Όπου $i=1,2,\dots,n$ και x_i, y_i οι οριζόντιες συντεταγμένες

Με την προϋπόθεση ότι οι παρατηρήσεις των συντεταγμένων είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους και της ίδιας ακρίβειας η επίλυση με ελάχιστα

¹ <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm96/egm96.html>

τετράγωνα για το αναλυτικό μοντέλο μας δίνει την παρακάτω λύση (Ρωσσικόπουλος 1999) :

$$\hat{a}_0 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (h_i - H_i) \quad (4.6)$$

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{a \cdot b \cdot c^2} \left\{ b \cdot \sum_{k=1}^n u_i (h_i - H_i) - c \cdot \sum_{k=1}^n v_i (h_i - H_i) \right\} \quad (4.7)$$

$$\hat{a}_2 = \frac{1}{a \cdot b \cdot c^2} \left\{ a \cdot \sum_{k=1}^n v_i (h_i - H_i) - c \cdot \sum_{k=1}^n u_i (h_i - H_i) \right\} \quad (4.8)$$

για την απλοποίηση των πράξεων αντί για τις συντεταγμένες x_i, y_i χρησιμοποιούμε τις u_i, v_i που είναι οι αναχθείσες συντεταγμένες στο κέντρο βάρους τους :

$$u_i = x_i - \bar{x} \quad , \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{και} \quad v_i = y_i - \bar{y} \quad , \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

και τις βοηθητικές μεταβλητές a, b και c

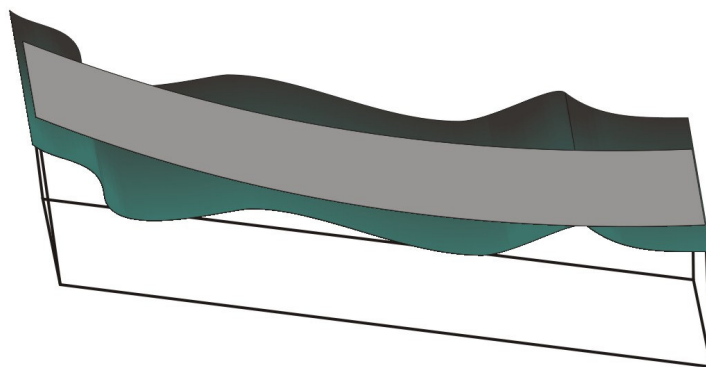
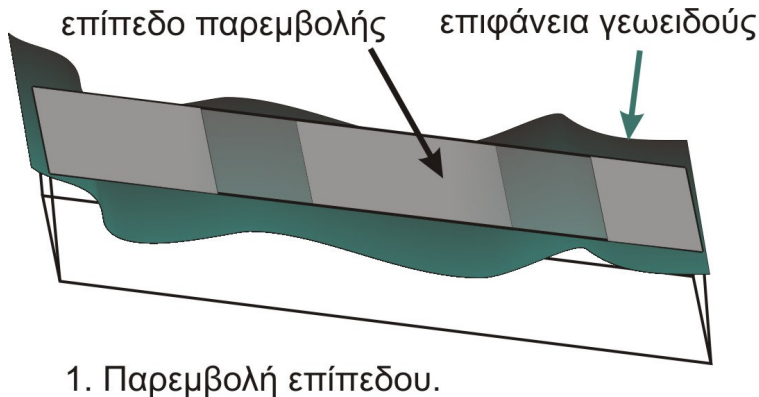
$$a = \sum_{i=1}^n u_i^2 \quad , \quad b = \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad \text{και} \quad c = \sum_{i=1}^n u_i v_i$$

και τελικά εκτιμήσεις των αποχών του γεωειδούς είναι

$$\hat{N}_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_i + \hat{a}_2 y_i \quad (4.9)$$

Η αναλυτική παρεμβολή μας δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για μικρές περιοχές με την προϋπόθεση ότι τα σημεία γνωστών ορθομετρικών υψομέτρων καλύπτουν όλη την περιοχή και είναι χωροσταθμικές αφετηρίες της ΓΥΣ (reper) ή είναι σημεία που έχουν προκύψει από χωροσταθμική όδευση. Για μεγαλύτερης έκτασης περιοχές θα πρέπει να χρησιμοποιούμε πιο σύνθετα μοντέλα Γεωειδούς.

! Στην αναλυτική παρεμβολή μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και μεγαλύτερης τάξης πολώνυμο, για αύξηση της ακρίβειας. Ωστόσο η χρήση μεγαλύτερης από τρίτης τάξεως πολώνυμο δεν βελτιώνει πρακτικά την ακρίβεια.



2. Παρεμβολή επιφάνειας 2ου βαθμού.

Εικόνα 4. 1. Υπολογισμός του γεωειδούς με παρεμβολή επιφάνειας.

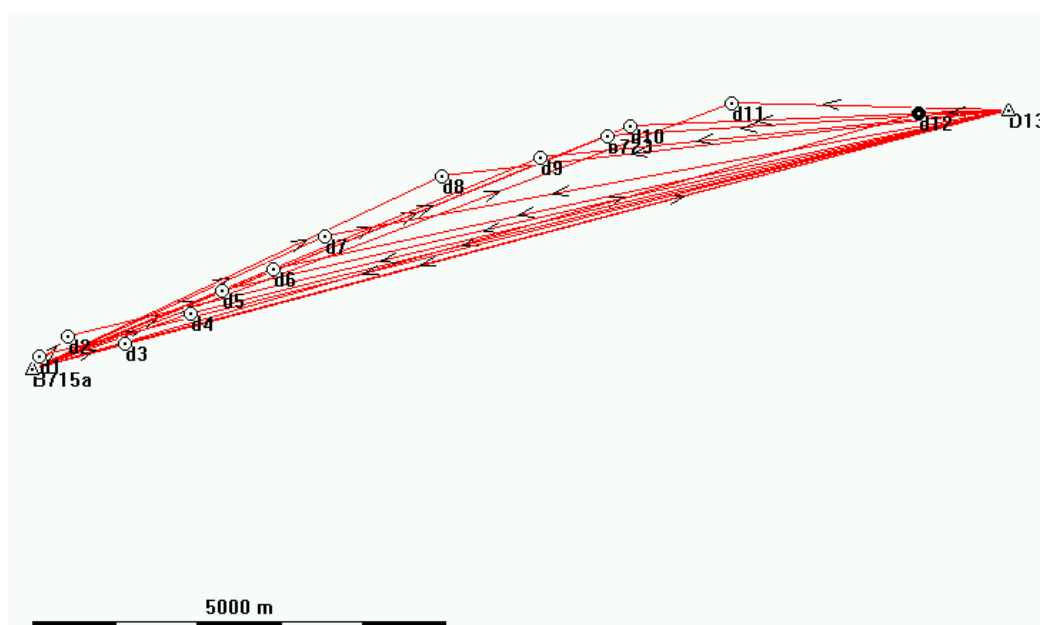
Οι Κατζουρίδη et al. το 1996 εξέτασαν την δυνατότητα χρήσης του GPS στον προσδιορισμό ορθομετρικών υψομέτρων σε μικρές (<10 Km) αλλά και μεγάλες (>10 Km) βάσεις υπολογίζοντας την αποχή του γεωειδούς με μεθόδους αναλυτικής παρεμβολής χρησιμοποιώντας ως αναφορά χωροσταθμικές αφετηρίες της Γεωγραφικής Υπηρεσίας Στρατού (ΓΥΣ). Αναλυτικά υπολογίστηκαν τα ορθομετρικά υψόμετρα σε ένα σύνολο 15 σημείων κατά μήκος της εθνικής οδού Θεσσαλονίκης – Καβάλας (εικόνα 4.2)

χρησιμοποιώντας έξι σημεία γνωστών ορθομετρικών υψομέτρων για την αναλυτική παρεμβολή. Οι διαφορές των μετασχηματισμένων ορθομετρικών υψομέτρων (H_{GPS}), που προέκυψαν με αναλυτική παρεμβολή από τα αντίστοιχα ορθομετρικά που προέκυψαν με γεωμετρική χωροστάθμηση ($H_{ΓΥΣ}$) για κάθε σημείο της πύκνωσης ($\Delta H = H_{ΓΥΣ} - H_{GPS}$) καθώς και οι διαφορές ΔN φαίνονται στον πίνακα 4.1. Οι τιμές τους κυμαίνονται από λίγα χιλιοστά έως και 2.5 εκατοστά και μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ασήμαντες για συνήθεις τοπογραφικές εργασίες υψομετρικών αποτυπώσεων.

Πίνακας 4. 1 Αποτελέσματα υψομετρίας με GPS.

Σημείο	h (m)	$H_{ΓΥΣ}$ (m)	H_{GPS} (m)	ΔH	ΔN
B715a	148,3708	105,33868	105,3343	0,00438	
Δ1	148,3501	105,3200	105,3122	0,0078	-0,00202
Δ2	153,5109	110,4665	110,4722	-0,0057	0,01228
Δ3	170,3424	127,3099	127,3087	0,0012	0,00038
Δ4	163,2480	120,2239	120,2146	0,0093	-0,00802
Δ5	159,0584	116,0221	116,0237	-0,0016	0,00418
Δ6	159,0497	116,0162	116,0156	0,0006	0,00138
Δ7	156,4521	113,4056	113,4168	-0,0112	0,01438
Δ8	161,7069	118,6719	118,6712	0,0007	0,00288
Δ9	150,3401	107,2969	107,3092	-0,0123	0,01188
B723	137,7388	94,6964	94,7086	-0,0122	0,01028
Δ10	135,7893	92,7555	92,7594	-0,0039	0,00168
Δ11	123,9979	80,4454	80,9715	-0,0261	0,02038
Δ12	147,1326	104,0915	104,1206	-0,0291	0,00898
Δ13	132,3996	89,3943	89,3931	0,0012	-0,026821

Επίσης έγινε μια αξιολόγηση της δυνατότητας προσδιορισμού των ορθομετρικών υψομέτρων με αναλυτική παρεμβολή σε μεγαλύτερες βάσεις (εικόνα 4.3), συγκεκριμένα υπολογίστηκαν τα ορθομετρικά υψόμετρα και οι διαφορές των ορθομετρικών υψομέτρων μεταξύ των διαδοχικών σημείων των πέντε βάσεων.

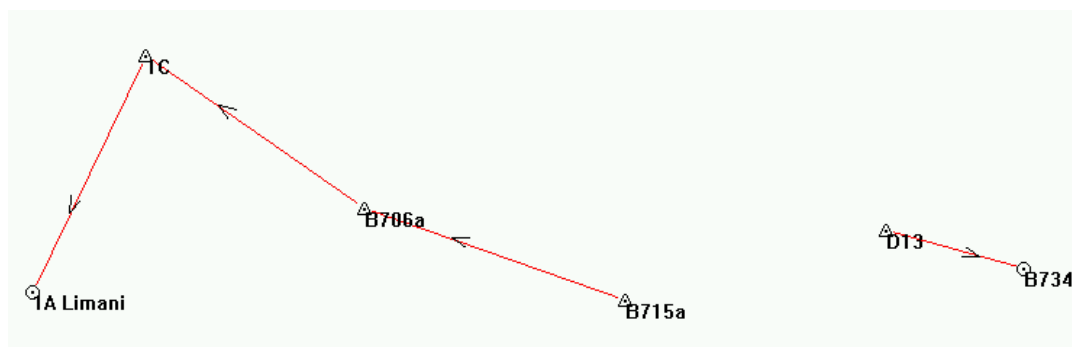


Εικόνα 4. 2. Χωροστάθμιση με GPS.

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα των επιλύσεων ένα σημείο παρουσίασε διαφορά μεγαλύτερη των 30 εκατοστών (πίνακας 4.5) γεγονός που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η μέθοδος παρεμβολής δεν είναι αξιόπιστη για τόσα μεγάλα μήκη και δεν ήταν δυνατό να αξιολογηθούν τα αποτελέσματα ως προς την ακρίβεια προσδιορισμού του ορθομετρικού υψομέτρου.

Πίνακας 4. 2. Σύγκριση υψομέτρων μεγάλων βάσεων

Σημεία	h	H _{ΓΥΣ}	H _{GPS}	ΔH	Δh
1A	45,4750	2,68782	2,368	0,31982	
1C	203,0165	159,80874	159,802	0,00674	157,5415
B706a	123,5070	80,41350	80,407	0,00650	-79,5095
B715a	148,3708	105,33868	105,360	-0,02132	24,8638
D13	132,3996	89,39430	89,392	0,00230	-15,9712
B734	100,2616	57,32753	57,295	0,03253	-32,1380



Εικόνα 4. 3. Χωροστάθμιση μεγάλων βάσεων με GPS.



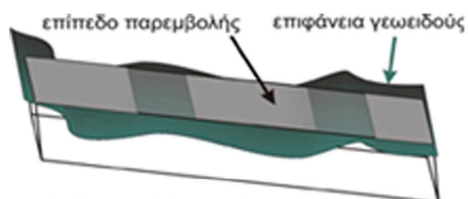
Η αναλυτική παρεμβολή δίνει αποτελέσματα υψηλή ακρίβειας σε περιορισμένης έκτασης περιοχές και με ομαλό γεωειδές.

Βιβλιογραφία

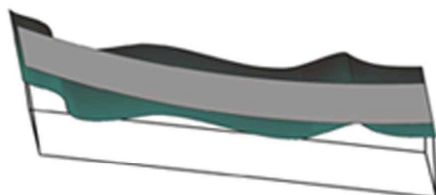
- Δερμάνης Α., και Α. Φωτίου, (1995). ‘Μέθοδοι και εφαρμογές συνόρθωσης παρατηρήσεων’. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Δερμάνης, Α., Δ. Ρωσσικόπουλος και Α. Φωτίου, (1994). ‘Τοπογραφικοί Υπολογισμοί και Συνορθώσεις Δικτύων’. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Κατζουρίδη Χρυσούλα, Κατσουγιαννόπουλος Συμεών, Ματθαίος Δωρόθεος και Μουμτζής Γεώργιος (1996). ‘Χωροστάθμιση με GPS’, διπλωματική εργασία, Θεσσαλονίκη ΑΠΘ-ΤΑΤΜ.
- Κατσάμπαλος Κ, Η. Τζιαβός (1991) Φυσική Γεωδαισία. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Λιβιεράτος Ε, Α. Φωτίου (1993) Ελλειψοειδής Γεωδαισία και Γεωδαιτικά Δίκτυα. 2η Έκδοση. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Φωτίου Α., Χ. Καλτσίκης, Ι. Παρασχάκης, και Δ. Ρωσσικόπουλος, (1994). ‘Αλγόριθμοι Συνορθώσεων & Στατιστική Αξιολόγηση Μοντέλων Μετασχηματισμού Ομοιότητας & Αφινικού’. Τεχνικά Χρονικά , Επιστημονική έκδοση ΤΕΕ.
- Φωτίου Α., και Χ. Πικριδάς (2003). “Μετασχηματισμός δικτύου GPS στα ελληνικά γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς”. Πρακτικά Τιμητικού Τόμου “Από τα Άστρα στη Γη και τον Πολιτισμό”, αφιερωμένο στη μνήμη του καθηγητή Α. Τσιούμη. Θεσσαλονίκη ΑΠΘ-ΤΑΤΜ, Επιμέλεια έκδοσης καθ. Α. Δερμάνης, σελ. 98-105.
- Φωτίου, Α. (2007). ‘Γεωμετρική Γεωδαισία. Θεωρία και Πράξη’. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
- Hofmann-Wellenhof B., H. Lichtenegger, and J. Collins, (1997). ‘GPS Theory and Practice’. Fourth revised edition. Springer Wien New York.
- Πατιάς Π., Σ. Σπαταλάς, Χ. Πικριδάς, Θ. Ρουστάνης και Geoimaging Ltd. (2008). ‘Η τεχνολογία των δικτύων μονίμων σταθμών καταγραφής

δεδομένων GPS. Η περίπτωση της Κύπρου'. Τεύχος του ερευνητικού έργου «Ψηφιακές πόλεις στην Κύπρο: η τεχνολογία των δικτύων μόνιμων σταθμών καταγραφής δεδομένων GPS στην υπηρεσία της κοινωνίας».

Ρωσσικόπουλος, Δ., (1999). 'Τοπογραφικά δίκτυα και υπολογισμοί'. 2η έκδοση Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.



1. Παρεμβολή επίπεδου.



2. Παρεμβολή επιφανείας 2ου βαθμού.

Το βιβλίο αυτό χρηματοδοτήθηκε από το πρόγραμμα «Αναμόρφωση Προπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών του τμήματος Γεωπληροφορικής και Τοπογραφίας» στο πλαίσιο των πράξεων 2.2.2.α «Αναμόρφωση Προπτυχιακών Προγραμμάτων Σπουδών» και 2.6.1.ζ «Διερεύνηση Προγραμμάτων Σπουδών Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης (Προπτυχιακά, Μεταπτυχιακά, Εξειδίκευση)»

Επιστημονικός Υπεύθυνος: Γεώργιος Καριώτης
Καθηγητής Εφαρμογών

Έκδοση: Τμήμα Γεωπληροφορικής και Τοπογραφίας
σε συνεργασία με το Τμήμα Εκδόσεων και Βιβλιοθήκης.

T.E.I. Σερρών, Σέρρες, 2008
I.S.B.N.: 978-960-98734-1-3



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ

ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης